ИДЗ «Системы дифференциальных уравнений»

Вариант 1

1. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = -x + 4y + e^t \\ y' = x + 2y \end{cases}$ сведением к одному дифференциальному уравнению, общее решение системы записать в векторной форме.

2. Преобразовать дифференциальное уравнение в систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений (в нормальной форме):

$$y''' + y'' + y' - 3y = 1 + t.$$

3. Найти линейно независимые первые интегралы системы дифференциальных уравнений, заданной в симметричной форме: $\dfrac{dx}{5z - 2y} = \dfrac{dy}{2x - z} = \dfrac{dz}{y - 5x}$. Записать общий интеграл или общее решение системы дифференциальных уравнений.

4. Решить нелинейную систему дифференциальных уравнений методом интегрируемых комбинаций, ответ записать в виде частного решения или частного интеграла:

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x}{2x + 3y}, \\ y' = \dfrac{y}{2x + 3y}, \\ x(1) = y(1) = 1. \end{cases}$$

5. Найти частное решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений. При этом для решения соответствующей однородной системы использовать метод Эйлера, решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений подобрать по виду вектор-функции в правой части системы

$$\begin{cases} X' = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} -e^{2t} \\ 6e^{2t} \end{pmatrix}, \\ X(0) = \left(-\frac{1}{3}; -\frac{4}{3} \right)^{\text{т}}. \end{cases}$$

6. Методом Эйлера решить систему однородных линейных дифференциальных уравнений $X' = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -6 \\ 1 & 3 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} X.$

7. Решить систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений, применяя метод вариации произвольных постоянных

$$\begin{cases} x' = -x - 2y + \operatorname{ctg} t, \\ y' = x + y. \end{cases}$$

8. Исследовать устойчивость тривиального решения системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = -x - 2y, \\ y' = -x - y \end{cases}$ по корням характеристического уравнения. Подобрать функцию Ляпунова вида $u(x, y) = Ax^2 + By^2$, устанавливающую соответственно устойчивость или неустойчивость этого решения. Установить тип особой точки системы. Изобразить схематично траектории системы в окрестности точки (0,0).

9. Исследовать на устойчивость по первому приближению нулевое решение системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = x - 3y + x\sin y, \\ y' = x + 4y + 1 - \cos y. \end{cases}$

10. Найти состояния равновесия системы дифференциальных уравнений, установить их характер устойчивости и тип соответствующих особых точек системы $\begin{cases} x' = y, \\ y' = 2y - \dfrac{x^3 + x^2 - 2x}{4}. \end{cases}$

Вариант 2

1. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = -4x - 5y + 3e^t, \\ y' = x + 2y \end{cases}$ сведением к одному дифференциальному уравнению, общее решение системы записать в векторной форме.

2. Преобразовать дифференциальное уравнение в систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений (в нормальной форме):

$$y''' + 2y'' + 2y' = 1 + e^{-t}.$$

3. Найти линейно независимые первые интегралы системы дифференциальных уравнений, заданной в симметричной форме: $\dfrac{dx}{2z - y} = \dfrac{dy}{x - 4z} = \dfrac{dz}{4y - 2x}$. Записать общий интеграл или общее решение системы дифференциальных уравнений.

4. Решить нелинейную систему дифференциальных уравнений методом интегрируемых комбинаций, ответ записать в виде частного решения или частного интеграла:

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x}{x + y}, \\ y' = \dfrac{y}{x + y}, \\ x(0) = y(0) = 1. \end{cases}$$

5. Найти частное решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений. При этом для решения соответствующей однородной системы использовать метод Эйлера. Решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений подобрать по виду вектор-функции в правой части системы

$$\begin{cases} X' = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} -2e^{-t} \\ 4 \end{pmatrix}, \\ X(0) = (1;\ 1)^{\mathsf{T}}. \end{cases}$$

6. Методом Эйлера решить систему однородных линейных дифференциальных уравнений $\acute{X} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ -1 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix} X$.

7. Решить систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений, применяя метод вариации произвольных постоянных: $\begin{cases} x' = x - y + \dfrac{1}{\cos t}, \\ y' = 2x - y. \end{cases}$

8. Исследовать устойчивость тривиального решения системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = x + 3y, \\ y' = -2x - y \end{cases}$ по корням характеристического уравнения. Подобрать функцию Ляпунова вида $u(x, y) = Ax^2 + By^2$, устанавливающую соответственно устойчивость или неустойчивость этого решения. Установить тип особой точки системы. Изобразить схематично траектории системы в окрестности точки (0,0).

9. Исследовать на устойчивость по первому приближению нулевое решение системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = -2x + 8\sin y, \\ y' = -x - 3y + 4x^3. \end{cases}$

10. Найти состояния равновесия системы дифференциальных уравнений, установить их характер устойчивости и тип соответствующих особых точек системы $\begin{cases} x' = y + 1, \\ y' = -y + x^2 - x. \end{cases}$

Вариант 3

1. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = -x - 6y, \\ y' = x + 4y + \cos t \end{cases}$ сведением к одному дифференциальному уравнению, общее решение системы записать в векторной форме.

2. Преобразовать дифференциальное уравнение в систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений (в нормальной форме)

$$y''' - 3y'' + 3y' - y = \sin t.$$

3. Найти линейно независимые первые интегралы системы дифференциальных уравнений, заданной в симметричной форме: $\dfrac{dx}{2x-z} = \dfrac{dy}{y} = \dfrac{dz}{2z-x}$. Записать общий интеграл или общее решение системы дифференциальных уравнений.

4. Решить нелинейную систему дифференциальных уравнений методом интегрируемых комбинаций, ответ записать в виде частного решения или частного интеграла:

$$\begin{cases} x' = x^2 + xy, \\ y' = xy + y^2, \\ x(1) = 1, \quad y(1) = 2. \end{cases}$$

5. Найти частное решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений. При этом для решения соответствующей однородной системы использовать метод Эйлера. Решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений подобрать по виду вектор-функции в правой части системы

$$\begin{cases} X' = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ -1 & -5 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} -1 \\ \sin 2t \end{pmatrix}, \\ X(0) = (-1; -1)^{\mathsf{T}}. \end{cases}$$

6. Методом Эйлера решить систему однородных линейных дифференциальных уравнений $X' = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 7 & 0 \end{pmatrix} X.$

7. Решить систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений, применяя метод вариации произвольных постоянных: $\begin{cases} x' = 2x - 2y + e^t \sin\left(e^t\right), \\ y' = x - y + e^t \sin\left(e^t\right). \end{cases}$

8. Исследовать устойчивость тривиального решения системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 2x, \\ y' = -10y \end{cases}$ по корням характеристического уравнения. Подобрать функцию Ляпунова вида $u(x, y) = Ax^2 + By^2$, устанавливающую соответственно устойчивость или неустойчивость этого решения. Установить тип особой точки системы. Изобразить схематично траектории системы в окрестности точки (0,0).

9. Исследовать на устойчивость по первому приближению нулевое решение системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = -2x - 8\sin y, \\ y' = x - 3y + 4x^3 + x^5. \end{cases}$

10. Найти состояния равновесия системы дифференциальных уравнений, установить их характер устойчивости и тип соответствующих особых точек системы $\begin{cases} x' = y, \\ y' = -2y - x\left(x^2 - 1\right). \end{cases}$

Вариант 4

1. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = -x - 8y + \cos 2t, \\ y' = x + 5y \end{cases}$ сведением к одному дифференциальному уравнению, общее решение системы записать в векторной форме.

2. Преобразовать дифференциальное уравнение в систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений (в нормальной форме)

$$y''' - y'' + y' - y = 3 + t.$$

3. Найти линейно независимые первые интегралы системы дифференциальных уравнений, заданной в симметричной форме: $\dfrac{dx}{\cos y} = \dfrac{dy}{\cos x} = \dfrac{dz}{\cos x \cdot \cos y}$. Записать общий интеграл или общее решение системы дифференциальных уравнений.

4. Решить нелинейную систему дифференциальных уравнений методом интегрируемых комбинаций, ответ записать в виде частного решения или частного интеграла:

$$\begin{cases} x'e^t = \dfrac{1}{y}, \\ y'e^t = \dfrac{1}{x}, \\ x(0) = y(0) = 1. \end{cases}$$

5. Найти частное решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений. При этом для решения соответствующей однородной системы использовать метод Эйлера. Решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений подобрать по виду вектор-функции в правой части системы

$$\begin{cases} X' = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} e^t \\ e^t \end{pmatrix}, \\ X(0) = (1;\ 0)^{\mathsf{T}}. \end{cases}$$

6. Методом Эйлера решить систему однородных линейных дифференциальных уравнений $X' = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 8 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} X.$

7. Решить систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений, применяя метод вариации произвольных постоянных: $\begin{cases} x' = 4x - 3y + 2{,}5e^{3t}, \\ y' = 2x - y + e^{-3t}. \end{cases}$

8. Исследовать устойчивость тривиального решения системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = -x - 2y, \\ y' = x - 7y \end{cases}$ по корням характеристического уравнения. Подобрать функцию Ляпунова вида $u(x, y) = Ax^2 + By^2$, устанавливающую соответственно устойчивость или неустойчивость этого решения. Установить тип особой

точки системы. Изобразить схематично траектории системы в окрестности точки (0,0).

9. Исследовать на устойчивость по первому приближению нулевое решение системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 2\sqrt{1+x} - 2e^{y}, \\ y' = \cos x - 2y - 1. \end{cases}$

10. Найти состояния равновесия системы дифференциальных уравнений, установить их характер устойчивости и тип соответствующих особых точек системы: $\begin{cases} x' = y - 4, \\ y' = -2y - x^2 + 3x. \end{cases}$

Вариант 5

1. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 2x + 2y - 2e^{t}, \\ y' = x + 3y + e^{t} \end{cases}$ сведением к одному дифференциальному уравнению, общее решение системы записать в векторной форме.

2. Преобразовать дифференциальное уравнение в систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений (в нормальной форме)

$$y''' - 3y'' + 4y' - 2y = 2 - t.$$

3. Найти линейно независимые первые интегралы системы дифференциальных уравнений, заданной в симметричной форме $\dfrac{dx}{z+3} = \dfrac{dy}{-y} = \dfrac{dz}{x+3}$. Записать общий интеграл или общее решение системы дифференциальных уравнений.

4. Решить нелинейную систему дифференциальных уравнений методом интегрируемых комбинаций, ответ записать в виде частного решения или частного интеграла:

$$\begin{cases} yx' = 1, \\ xy' = 1, \\ x(2) = y(2) = -1. \end{cases}$$

5. Найти частное решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений. При этом для решения соответствующей однородной системы использовать метод Эйлера. Решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений подобрать по виду вектор-функции в правой части системы:

$$\begin{cases} X' = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 2 & -5 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} -t \\ \cos 2t \end{pmatrix}, \\ X(0) = (1;\ 0)^{\mathsf{T}}. \end{cases}$$

6. Методом Эйлера решить систему однородных линейных дифференциальных уравнений $X' = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 10 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 5 & 0 \end{pmatrix} X.$

7. Решить систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений, применяя метод вариации произвольных постоянных: $\begin{cases} x' = -x + y + 4t^2 e^{t^2}, \\ y' = x + y. \end{cases}$

8. Исследовать устойчивость тривиального решения системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = -10x + 3y, \\ y' = -2x - 2y \end{cases}$ по корням характеристического уравнения. Подобрать функцию Ляпунова вида $u(x, y) = Ax^2 + By^2$, устанавливающую соответственно устойчивость или неустойчивость этого решения. Установить тип особой точки системы. Изобразить схематично траектории системы в окрестности точки $(0,0)$.

9. Исследовать на устойчивость по первому приближению нулевое решение системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 3x - 4y + x^2, \\ y' = -2x + 2y - \sin y. \end{cases}$

10. Найти состояния равновесия системы дифференциальных уравнений, установить их характер устойчивости и тип соответствующих особых точек системы $\begin{cases} x' = y, \\ y' = 0,4y - x^3 + 9x. \end{cases}$

Вариант 6

1. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 3x - 4y + t \\ y' = 2x - 3y \end{cases}$ сведением к одному дифференциальному уравнению, общее решение системы дифференциальных уравнений записать в векторной форме.

2. Преобразовать дифференциальное уравнение в систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений (в нормальной форме):

$$y''' - y'' + 9y' - 9y = 1 - e^{2t}$$

3. Найти линейно независимые первые интегралы системы дифференциальных уравнений, заданной в симметричной форме: $\dfrac{dx}{x\left(y^2 - z^2\right)} = \dfrac{dy}{-y\left(x^2 + z^2\right)} = \dfrac{dz}{z\left(y^2 + x^2\right)}$. Записать общий интеграл или общее решение системы дифференциальных уравнений.

4. Решить нелинейную систему дифференциальных уравнений методом интегрируемых комбинаций, ответ записать в виде частного решения или частного интеграла: $\begin{cases} yx' = x, \\ xy' = y, \\ x(0) = 3, \quad y(0) = 1. \end{cases}$

5. Найти частное решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений. При этом для решения соответствующей однородной системы использовать метод Эйлера, решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений подобрать по виду вектор-функции в правой части системы

$$\begin{cases} X' = \begin{pmatrix} 5 & 5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} -3\cos 3t \\ t \end{pmatrix}, \\ X(0) = (0;\ 0)^{\mathsf{T}}. \end{cases}$$

6. Методом Эйлера решить систему однородных линейных дифференциальных уравнений $X' = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & -6 \end{pmatrix} X$.

7. Решить систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений, применяя метод вариации произвольных постоянных: $\begin{cases} x' = 2x - 5y + 4\sin t, \\ y' = x - 2y. \end{cases}$

8. Исследовать устойчивость тривиального решения системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = -2x - 2y, \\ y' = 3x - 10y \end{cases}$ по корням характеристического уравнения. Подобрать функцию Ляпунова вида $u(x, y) = Ax^2 + By^2$, устанавливающую соответственно устойчивость или неустойчивость этого решения. Установить тип особой точки системы. Изобразить схематично траектории системы в окрестности точки (0,0).

9. Исследовать на устойчивость по первому приближению нулевое решение системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = y - 1 + e^x, \\ y' = -x + \sin 2y. \end{cases}$

10. Найти состояния равновесия системы дифференциальных уравнений, установить их характер устойчивости и тип соответствующих особых точек системы $\begin{cases} x' = y, \\ y' = -4y + x^3 - 4x^2 - 5x. \end{cases}$

Вариант 7

1. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 3x + y - \sin 2t \\ y' = x + 3y \end{cases}$ сведением к одному дифференциальному уравнению, общее решение системы дифференциальных уравнений записать в векторной форме.

2. Преобразовать дифференциальное уравнение в систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений (в нормальной форме):

$$y''' - y'' - 9y' + 9y = 1 - e^{2t}$$

3. Найти линейно независимые первые интегралы системы дифференциальных уравнений, заданной в симметричной форме: $\dfrac{dx}{0} = \dfrac{dy}{z(y+x)} = \dfrac{dz}{x(x-z)}$. Записать общий интеграл или общее решение системы дифференциальных уравнений.

4. Решить нелинейную систему дифференциальных уравнений методом интегрируемых комбинаций, ответ записать в виде частного решения или частного интеграла:

$$\begin{cases} x' = y, \\ y' = -x, \\ x(0) = 1, \quad y(0) = 0 \end{cases}$$

5. Найти частное решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений. При этом для решения соответствующей однородной системы использовать метод Эйлера, решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений подобрать по виду вектор-функции в правой части системы

$$\begin{cases} X' = \begin{pmatrix} 5 & -13 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} e^{-t} \\ -2 \end{pmatrix}, \\ X(0) = (2;\ 2)^{\mathsf{T}}. \end{cases}$$

6. Методом Эйлера решить систему однородных линейных дифференциальных уравнений $X' = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} X.$

7. Решить систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений, применяя метод вариации произвольных постоянных: $\begin{cases} x' = 3x - 2y, \\ y' = 2x - y + 15e^t\sqrt{t}. \end{cases}$

8. Исследовать устойчивость тривиального решения системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 10x + 2y, \\ y' = x - 2y \end{cases}$ по корням характеристического уравнения. Подобрать функцию Ляпунова вида $u(x, y) = Ax^2 + By^2$, устанавливающую соответственно устойчивость или неустойчивость этого решения. Установить тип особой точки системы. Изобразить схематично траектории системы в окрестности точки (0,0).

9. Исследовать на устойчивость по первому приближению нулевое решение системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 3\sqrt{1+x} - 3e^y, \\ y' = -2\sin x + 0,5y. \end{cases}$

10. Найти состояния равновесия системы дифференциальных уравнений, установить их характер устойчивости и тип соответствующих особых точек системы $\begin{cases} x' = y, \\ y' = -y - x^3 + 4x^2 - 3x. \end{cases}$

Вариант 8

1. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 4x + 9y + e^t, \\ y' = x + 4y + 4e^t \end{cases}$ сведением к одному дифференциальному уравнению, общее решение системы дифференциальных уравнений записать в векторной форме.

2. Преобразовать дифференциальное уравнение в систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений (в нормальной форме):

$$y''' - 6y'' + 12y' - 8y = \cos t.$$

3. Найти линейно независимые первые интегралы системы дифференциальных уравнений, заданной в симметричной форме: $\dfrac{dx}{-y} = \dfrac{dy}{x} = \dfrac{dz}{10}$. Записать общий интеграл или общее решение системы дифференциальных уравнений.

4. Решить нелинейную систему дифференциальных уравнений методом интегрируемых комбинаций, ответ записать в виде частного решения или частного интеграла:

$$\begin{cases} t\,dx = (t - 2x)\,dt \\ t\,dy = (xt + yt + 2x - t)\,dt \\ x(1) = 2, \quad y(1) = 0 \end{cases}$$

5. Найти частное решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений. При этом для решения соответствующей однородной системы использовать метод Эйлера, решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений подобрать по виду вектор-функции в правой части системы

$$\begin{cases} X' = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} e^t \\ 1 \end{pmatrix}, \\ X(0) = \left(\dfrac{17}{18};\ -\dfrac{19}{18} \right)^{\mathrm{T}}. \end{cases}$$

6. Методом Эйлера решить систему однородных линейных дифференциальных уравнений $X' = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix} X.$

7. Решить систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений, применяя метод вариации произвольных постоянных: $\begin{cases} x' = 2x - 2y + \dfrac{e^t}{1 + e^t}, \\ y' = x - y. \end{cases}$

8. Исследовать устойчивость тривиального решения системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = -3x + 6y, \\ y' = -3x - y \end{cases}$ по корням характеристического уравнения. Подобрать функцию Ляпунова вида $u(x, y) = Ax^2 + By^2$, устанавливающую соответственно устойчивость или неустойчивость этого решения. Установить тип особой точки системы. Изобразить схематично траектории системы в окрестности точки (0,0).

9. Исследовать на устойчивость по первому приближению нулевое решение системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = e^{x+y} - 1, \\ y' = y - \sin x. \end{cases}$

10. Найти состояния равновесия системы дифференциальных уравнений, установить их характер устойчивости и тип соответствующих особых точек системы $\begin{cases} x' = y, \\ y' = -2y - x\left(x^2 - x - 2\right). \end{cases}$

Вариант 9

1. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 4x - 2y - e^{-2t}, \\ y' = x + y - \cos 2t \end{cases}$ сведением к одному дифференциальному уравнению, общее решение системы дифференциальных уравнений записать в векторной форме.

2. Преобразовать дифференциальное уравнение в систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений (в нормальной форме):

$$y''' + y'' + y' + y = t + t^2.$$

3. Найти линейно независимые первые интегралы системы дифференциальных уравнений, заданной в симметричной форме: $\dfrac{dx}{z-1} = \dfrac{dy}{(x-z)^2} = \dfrac{dz}{x-1}$. Записать общий интеграл или общее решение системы дифференциальных уравнений.

4. Решить нелинейную систему дифференциальных уравнений методом интегрируемых комбинаций, ответ записать в виде частного решения или частного интеграла:

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x}{2y}, \\ y' = \dfrac{4y}{x}, \\ x(0) = y(0) = 1. \end{cases}$$

5. Найти частное решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений. При этом для решения соответствующей однородной системы использовать метод Эйлера, решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений подобрать по виду вектор-функции в правой части системы

$$\begin{cases} X' = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} e^t \\ e^t \end{pmatrix}, \\ X(0) = (1;\ 1)^{\mathsf{T}}. \end{cases}$$

6. Методом Эйлера решить систему однородных линейных дифференциальных уравнений $X' = \begin{pmatrix} -2 & -2 & -4 \\ -2 & 1 & -2 \\ 5 & 2 & 7 \end{pmatrix} X.$

7. Решить систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений, применяя метод вариации произвольных постоянных: $\begin{cases} x' = 3x - 4y + (2+6t)e^t, \\ y' = x - y + e^t. \end{cases}$

8. Исследовать устойчивость тривиального решения системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = x + 3y, \\ y' = 3x - y \end{cases}$ по корням характеристического уравнения. Подобрать функцию Ляпунова вида $u(x,y) = Ax^2 + By^2$, устанавливающую соответственно устойчивость или неустойчивость этого решения. Установить тип

особой точки системы. Изобразить схематично траектории системы в окрестности точки (0,0).

9. Исследовать на устойчивость по первому приближению нулевое решение системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 3\sin x + 8\sin y, \\ y' = \sin(x+y). \end{cases}$

10. Найти состояния равновесия системы дифференциальных уравнений, установить их характер устойчивости и тип соответствующих особых точек системы. $\begin{cases} x' = y, \\ y' = -y - 0{,}8x\left(x^2 - 9\right). \end{cases}$

Вариант 10

1. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = -2x + 3y + e^{4t}, \\ y' = 2x - y \end{cases}$ сведением к одному дифференциальному уравнению, общее решение системы дифференциальных уравнений записать в векторной форме.

2. Преобразовать дифференциальное уравнение в систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений (в нормальной форме):

$$y''' - y'' + 2y = 10 + e^{2t}.$$

3. Найти линейно независимые первые интегралы системы дифференциальных уравнений, заданной в симметричной форме: $\dfrac{dx}{z-y} = \dfrac{dy}{x-z} = \dfrac{dz}{y-x}$. Записать общий интеграл или общее решение системы дифференциальных уравнений.

4. Решить нелинейную систему дифференциальных уравнений методом интегрируемых комбинаций, ответ записать в виде частного решения или частного интеграла: $\begin{cases} y' = \dfrac{z}{(z-y)^2}, \\ z' = \dfrac{y}{(z-y)^2}, \\ y(0) = z(0) = 1. \end{cases}$

5. Найти частное решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений. При этом для решения соответствующей однородной системы использовать метод Эйлера, решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений подобрать по виду вектор-функции в правой части системы

$$\begin{cases} X' = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 4t-1 \\ t \end{pmatrix}, \\ X(0) = (0;\ 0)^{\mathsf{T}}. \end{cases}$$

6. Методом Эйлера решить систему однородных линейных дифференциальных уравнений $X' = \begin{pmatrix} 3 & 12 & -4 \\ -1 & -3 & 1 \\ -1 & -12 & 6 \end{pmatrix} X.$

7. Решить систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений, применяя метод вариации произвольных постоянных: $\begin{cases} x' = 2x - 3y + \operatorname{th} t, \\ y' = x - 2y. \end{cases}$

8. Исследовать устойчивость тривиального решения системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = -2x - y, \\ y' = 2x - 2y \end{cases}$ по корням характеристического уравнения. Подобрать функцию Ляпунова вида $u(x, y) = Ax^2 + By^2$, устанавливающую соответственно устойчивость или неустойчивость этого решения. Установить тип особой точки системы. Изобразить схематично траектории системы в окрестности точки (0,0).

9. Исследовать на устойчивость по первому приближению нулевое решение системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = e^{x+2y} - \cos 3x, \\ y' = -\dfrac{7}{4}x - \operatorname{sh} 3y. \end{cases}$

10. Найти состояния равновесия системы дифференциальных уравнений, установить их характер устойчивости и тип соответствующих особых точек системы $\begin{cases} x' = y, \\ y' = -0{,}8y - 0{,}6\left(x^3 - 4x\right). \end{cases}$

Вариант 11

1. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = -4x - y + te^{4t}, \\ y' = x - 4y + 2e^{4t} \end{cases}$ сведением к одному дифференциальному уравнению, общее решение системы дифференциальных уравнений записать в векторной форме.

2. Преобразовать дифференциальное уравнение в систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений (в нормальной форме):

$$y''' + y'' - 2y = \sin 3t.$$

3. Найти линейно независимые первые интегралы системы дифференциальных уравнений, заданной в симметричной форме: $\dfrac{dx}{\left(x-y\right)^2} = \dfrac{dy}{z} = \dfrac{dz}{y}$. Записать общий интеграл или общее решение системы дифференциальных уравнений.

4. Решить нелинейную систему дифференциальных уравнений методом интегрируемых комбинаций, ответ записать в виде частного решения или частного интеграла:

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x}{x - 3y}, \\ y' = \dfrac{y}{x - 3y}, \\ x(0) = 3, \quad y(0) = 2. \end{cases}$$

5. Найти частное решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений. При этом для решения соответствующей однородной системы использовать метод Эйлера, решение системы неоднородных линейных диффе-

ренциальных уравнений подобрать по виду вектор-функции в правой части системы

$$\begin{cases} X' = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & -4 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \\ X(0) = (1;\ 1)^{\mathrm{T}}. \end{cases}$$

6. Методом Эйлера решить систему однородных линейных дифференциальных уравнений $X' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} X.$

7. Решить систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений, применяя метод вариации произвольных постоянных: $\begin{cases} x' = y + \operatorname{tg} t, \\ y' = -x. \end{cases}$

8. Исследовать устойчивость тривиального решения системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 4x + 6y, \\ y' = x - y \end{cases}$ по корням характеристического уравнения. Подобрать функцию Ляпунова вида $u(x, y) = Ax^2 + By^2$, устанавливающую соответственно устойчивость или неустойчивость этого решения. Установить тип особой точки системы. Изобразить схематично траектории системы в окрестности точки (0,0).

9. Исследовать на устойчивость по первому приближению нулевое решение системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = \ln(1 + x) + \sin 4y, \\ y' = \sqrt{1 + 4x} - 1 + 3y. \end{cases}$

10. Найти состояния равновесия системы дифференциальных уравнений, установить их характер устойчивости и тип соответствующих особых точек системы $\begin{cases} x' = y, \\ y' = -0{,}5y - 0{,}2\left(x^3 - x\right). \end{cases}$

Вариант 12

1. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 2x - 4y + 2t, \\ y' = 4x - 2y \end{cases}$ сведением к одному дифференциальному уравнению, общее решение системы дифференциальных уравнений записать в векторной форме.

2. Преобразовать дифференциальное уравнение в систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений (в нормальной форме):

$$y''' + 3y'' - y' - 3y = 1 - t.$$

3. Найти линейно независимые первые интегралы системы дифференциальных уравнений, заданной в симметричной форме: $\frac{dx}{y+z} = \frac{dy}{x} = \frac{dz}{x}$. Записать общий интеграл или общее решение системы дифференциальных уравнений.

4. Решить нелинейную систему дифференциальных уравнений методом интегрируемых комбинаций, ответ записать в виде частного решения или частного интеграла:

$$\begin{cases} x' = \cos x \cdot \cos y, \\ y' = -\sin x \cdot \sin y, \\ x(0) = y(0) = \dfrac{\pi}{8}. \end{cases}$$

5. Найти частное решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений. При этом для решения соответствующей однородной системы использовать метод Эйлера, решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений подобрать по виду вектор-функции в правой части системы

$$\begin{cases} X' = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -3 & -5 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 4t - 1 \\ 3t \end{pmatrix}, \\ X(0) = (-1;\ 0)^{\mathsf{T}}. \end{cases}$$

6. Методом Эйлера решить систему однородных линейных дифференциальных уравнений $X' = \begin{pmatrix} 4 & -5 & 7 \\ 1 & -4 & 9 \\ -4 & 5 & 0 \end{pmatrix} X.$

7. Решить систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений, применяя метод вариации произвольных постоянных: $\begin{cases} x' = -4x - 2y + \dfrac{2}{e^t - 1}, \\ y' = 6x + 3y - \dfrac{3}{e^t - 1}. \end{cases}$

8. Исследовать устойчивость тривиального решения системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = -7x + y, \\ y' = -2x - y \end{cases}$ по корням характеристического уравнения. Подобрать функцию Ляпунова вида $u(x, y) = Ax^2 + By^2$, устанавливающую соответственно устойчивость или неустойчивость этого решения. Установить тип особой точки системы. Изобразить схематично траектории системы в окрестности точки (0,0).

9. Исследовать на устойчивость по первому приближению нулевое решение системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = \sin x + \sqrt{1+y} - 1, \\ y' = \sqrt{1+x} - \cos x + y. \end{cases}$

10. Найти состояния равновесия системы дифференциальных уравнений, установить их характер устойчивости и тип соответствующих особых точек системы $\begin{cases} x' = y, \\ y' = -0{,}6y + 0{,}4\left(x^3 - x\right). \end{cases}$

Вариант 13

1. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = -x + 3y, \\ y' = 3x - y + 3\sin 2t \end{cases}$ сведением к одному дифференциальному уравнению, общее решение системы дифференциальных уравнений записать в векторной форме.

2. Преобразовать дифференциальное уравнение в систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений (в нормальной форме):

$$y''' - y'' - y' + y = e^{t} + e^{2t}.$$

3. Найти линейно независимые первые интегралы системы дифференциальных уравнений, заданной в симметричной форме: $\dfrac{dx}{z} = \dfrac{dy}{(x-z)^2} = \dfrac{dz}{x}$. Записать общий интеграл или общее решение системы дифференциальных уравнений.

4. Решить нелинейную систему дифференциальных уравнений методом интегрируемых комбинаций, ответ записать в виде частного решения или частного интеграла:

$$\begin{cases} x' = \dfrac{2y}{x-y}, \\ y' = \dfrac{2x}{x-y}, \\ x(0) = 2, \quad y(0) = 1. \end{cases}$$

5. Найти частное решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений. При этом для решения соответствующей однородной системы использовать метод Эйлера, решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений подобрать по виду вектор-функции в правой части системы

$$\begin{cases} X' = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} e^{-t} \\ -2e^{-t} \end{pmatrix}, \\ X(0) = (0; -1)^{\mathsf{T}}. \end{cases}$$

6. Методом Эйлера решить систему однородных линейных дифференциальных уравнений $X' = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & -1 \\ 4 & 8 & -1 \end{pmatrix} X.$

7. Решить систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений, применяя метод вариации произвольных постоянных: $\begin{cases} x' = -2x + 3(1+t)e^t, \\ y' = x + y - e^t. \end{cases}$

8. Исследовать устойчивость тривиального решения системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 4x + y, \\ y' = x - y \end{cases}$ по корням характеристического уравнения. Подобрать функцию Ляпунова вида $u(x,y) = Ax^2 + By^2$, устанавливающую соответственно устойчивость или неустойчивость этого решения. Установить тип особой точки системы. Изобразить схематично траектории системы в окрестности точки $(0,0)$.

9. Исследовать на устойчивость по первому приближению нулевое решение системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = -\sin x + e^{4y} - 1, \\ y' = 2x - 3\operatorname{sh} y. \end{cases}$

10. Найти состояния равновесия системы дифференциальных уравнений, установить их характер устойчивости и тип соответствующих особых точек системы $\begin{cases} x' = y, \\ y' = -5y - 2x(x+1)(x+2). \end{cases}$

Вариант 14

1. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 3x + 4y, \\ y' = 4x + 3y + \sin 3t \end{cases}$ сведением к одному дифференциальному уравнению, общее решение системы дифференциальных уравнений записать в векторной форме.

2. Преобразовать дифференциальное уравнение в систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений (в нормальной форме):

$$y''' - 4y'' + y' - 4y = t^2 + e^t.$$

3. Найти линейно независимые первые интегралы системы дифференциальных уравнений, заданной в симметричной форме: $\dfrac{dx}{y(z-1)} = \dfrac{dy}{x(z-1)} = \dfrac{dz}{-xy}$.

Записать общий интеграл или общее решение системы дифференциальных уравнений.

4. Решить нелинейную систему дифференциальных уравнений методом интегрируемых комбинаций, ответ записать в виде частного решения или частного интеграла:

$$\begin{cases} x' = \dfrac{1}{ye^t}, \\ y' = \dfrac{1}{x}e^{-t}, \\ x(0) = 1, \quad y(0) = 2. \end{cases}$$

5. Найти частное решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений. При этом для решения соответствующей однородной системы использовать метод Эйлера, решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений подобрать по виду вектор-функции в правой части системы

$$\begin{cases} X' = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 0 \\ t \end{pmatrix}, \\ X(0) = (2;\ 1)^{\mathsf{T}}. \end{cases}$$

6. Методом Эйлера решить систему однородных линейных дифференциальных уравнений $X' = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & 0 \\ 5 & 4 & 0 \end{pmatrix} X$.

7. Решить систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений, применяя метод вариации произвольных постоянных: $\begin{cases} x' = 2y - x - \cos 2t, \\ y' = y - x + \sin 2t. \end{cases}$

8. Исследовать устойчивость тривиального решения системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = -x + y, \\ y' = -x - 5y \end{cases}$ по корням характеристического уравнения. Подобрать функцию Ляпунова вида $u(x, y) = Ax^2 + By^2$, устанавливающую соот-

ветственно устойчивость или неустойчивость этого решения. Установить тип особой точки системы. Изобразить схематично траектории системы в окрестности точки (0,0).

9. Исследовать на устойчивость по первому приближению нулевое решение системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = \sin(2x+3y), \\ y' = \ln(1+2x+4y) - \cos y. \end{cases}$

10. Найти состояния равновесия системы дифференциальных уравнений, установить их характер устойчивости и тип соответствующих особых точек системы $\begin{cases} x' = y, \\ y' = -4y - 4x\left(x^2 - 4\right). \end{cases}$

Вариант 15

1. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 2x - 5y + \cos t, \\ y' = x - 2y \end{cases}$ сведением к одному дифференциальному уравнению, общее решение системы дифференциальных уравнений записать в векторной форме.

2. Преобразовать дифференциальное уравнение в систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений (в нормальной форме):

$$y''' - 5y'' + 9y' - 5y = 1 - 2t.$$

3. Найти линейно независимые первые интегралы системы дифференциальных уравнений, заданной в симметричной форме: $\dfrac{dx}{x-y} = \dfrac{dy}{x+y} = \dfrac{dz}{z}$. Записать общий интеграл или общее решение системы дифференциальных уравнений.

4. Решить нелинейную систему дифференциальных уравнений методом интегрируемых комбинаций, ответ записать в виде частного решения или частного интеграла:

$$\begin{cases} x' = 5(3 - x - y), \\ y' = 7(3 - x - y), \\ x(0) = y(0) = 0. \end{cases}$$

5. Найти частное решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений. При этом для решения соответствующей однородной системы использовать метод Эйлера, решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений подобрать по виду вектор-функции в правой части системы

$$\begin{cases} X' = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} e^t \\ -e^t \end{pmatrix}, \\ X(0) = (2;\ 1)^{\mathrm{T}}. \end{cases}$$

6. Методом Эйлера решить систему однородных линейных дифференциальных уравнений $X' = \begin{pmatrix} 6 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix} X.$

7. Решить систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений, применяя метод вариации произвольных постоянных: $\begin{cases} x' = 4x + y - e^{2t}, \\ y' = y - 2x. \end{cases}$

8. Исследовать устойчивость тривиального решения системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = x + y, \\ y' = 2x - 2y \end{cases}$ по корням характеристического уравнения. Подобрать функцию Ляпунова вида $u(x, y) = Ax^2 + By^2$, устанавливающую соответственно устойчивость или неустойчивость этого решения. Установить тип особой точки системы. Изобразить схематично траектории системы в окрестности точки $(0,0)$.

9. Исследовать на устойчивость по первому приближению нулевое решение системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = e^{x+2y} - 1 + x^2, \\ y' = \sin(2x + y). \end{cases}$

10. Найти состояния равновесия системы дифференциальных уравнений, установить их характер устойчивости и тип соответствующих особых точек системы $\begin{cases} x' = y, \\ y' = -y - x\left(x^2 - 1\right). \end{cases}$

Вариант 16

1. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = -3x - 4y, \\ y' = x + y + \sin t \end{cases}$ сведением к одному дифференциальному уравнению, общее решение системы дифференциальных уравнений записать в векторной форме.

2. Преобразовать дифференциальное уравнение в систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений (в нормальной форме):

$$y''' - 5y'' - y' + 5y = t^2 - 2t.$$

3. Найти линейно независимые первые интегралы системы дифференциальных уравнений, заданной в симметричной форме: $\dfrac{dx}{x^3 + 3xy^2} = \dfrac{dy}{2y^3} = \dfrac{dz}{2y^2 z}$. Записать общий интеграл или общее решение системы дифференциальных уравнений.

4. Решить нелинейную систему дифференциальных уравнений методом интегрируемых комбинаций, ответ записать в виде частного решения или частного интеграла:

$$\begin{cases} x' = \dfrac{y}{x - y}, \\ y' = \dfrac{x}{x - y}, \\ x(0) = 1, \quad y(0) = 0. \end{cases}$$

5. Найти частное решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений. При этом для решения соответствующей однородной системы использовать метод Эйлера, решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений подобрать по виду вектор-функции в правой части системы

$$\begin{cases} X' = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} t^2 \\ -2t \end{pmatrix}, \\ X(0) = (1;\ -1)^{\mathrm{T}}. \end{cases}$$

6. Методом Эйлера решить систему однородных линейных дифференциальных уравнений $X' = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & -1 & -3 \end{pmatrix} X.$

7. Решить систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений, применяя метод вариации произвольных постоянных: $\begin{cases} x' = -y - \dfrac{1}{\sin^2 t}, \\ y' = x - \operatorname{ctg} t. \end{cases}$

8. Исследовать устойчивость тривиального решения системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = -5x - y, \\ y' = x - y \end{cases}$ по корням характеристического уравнения. Подобрать функцию Ляпунова вида $u(x, y) = Ax^2 + By^2$, устанавливающую соответственно устойчивость или неустойчивость этого решения. Установить тип особой точки системы. Изобразить схематично траектории системы в окрестности точки (0,0).

9. Исследовать на устойчивость по первому приближению нулевое решение системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = -\operatorname{sh} 2x + e^y - 1, \\ y' = \ln(1 - 2y) - 2 + 3\sin x. \end{cases}$

10. Найти состояния равновесия системы дифференциальных уравнений, установить их характер устойчивости и тип соответствующих особых точек системы $\begin{cases} x' = y, \\ y' = -2y - 4x(x-1)(x-2). \end{cases}$

Вариант 17

1. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 4x - 2y + \sin t, \\ y' = x + 2y + t \end{cases}$ сведением к одному дифференциальному уравнению, общее решение системы дифференциальных уравнений записать в векторной форме.

2. Преобразовать дифференциальное уравнение в систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений (в нормальной форме):

$$y''' + 3y'' - 4y' - 12y = \cos 2t.$$

3. Найти линейно независимые первые интегралы системы дифференциальных уравнений, заданной в симметричной форме: $\dfrac{dx}{x} = \dfrac{dy}{y-z} = \dfrac{dz}{z+y}$. Записать общий интеграл или общее решение системы дифференциальных уравнений.

4. Решить нелинейную систему дифференциальных уравнений методом интегрируемых комбинаций, ответ записать в виде частного решения или частного интеграла:

$$\begin{cases} x' = -\dfrac{1}{y}, \\ y' = \dfrac{1}{x}, \\ x(0) = 1, \quad y(0) = 2. \end{cases}$$

5. Найти частное решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений. При этом для решения соответствующей однородной системы использовать метод Эйлера, решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений подобрать по виду вектор-функции в правой части системы

$$\begin{cases} X' = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} \sin 3t \\ 0 \end{pmatrix}, \\ X(0) = (-3;\ 0)^{\mathsf{T}}. \end{cases}$$

6. Методом Эйлера решить систему однородных линейных дифференциальных уравнений $X' = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -5 & -1 & 0 \\ 4 & -2 & 1 \end{pmatrix} X.$

7. Решить систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений, применяя метод вариации произвольных постоянных: $\begin{cases} x' = 2x - 4y, \\ y' = x - 3y + 3e^t. \end{cases}$

8. Исследовать устойчивость тривиального решения системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = x + y, \\ y' = 2x - y \end{cases}$ по корням характеристического уравнения. Подобрать функцию Ляпунова вида $u(x, y) = Ax^2 + By^2$, устанавливающую соответственно устойчивость или неустойчивость этого решения. Установить тип особой точки системы. Изобразить схематично траектории системы в окрестности точки (0,0).

9. Исследовать на устойчивость по первому приближению нулевое решение системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = \sqrt{1+2x} - \cos x - 2y, \\ y' = -2\sin x + \sin y. \end{cases}$

10. Найти состояния равновесия системы дифференциальных уравнений, установить их характер устойчивости и тип соответствующих особых точек системы $\begin{cases} x' = y, \\ y' = -3y + 5x(x+2)(x-1). \end{cases}$

Вариант 18

1. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = -2x - 2y, \\ y' = x - 4y + e^{-3t} \end{cases}$ сведением к одному дифференциальному уравнению, общее решение системы дифференциальных уравнений записать в векторной форме.

2. Преобразовать дифференциальное уравнение в систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений (в нормальной форме):

$$y''' - 6y'' + 11y' - 6y = 2 - \sin t.$$

3. Найти линейно независимые первые интегралы системы дифференциальных уравнений, заданной в симметричной форме: $\dfrac{dx}{4x - 5y} = \dfrac{dy}{5x - 3z} = \dfrac{dz}{3y - 4x}$. Записать общий интеграл или общее решение системы дифференциальных уравнений.

4. Решить нелинейную систему дифференциальных уравнений методом интегрируемых комбинаций, ответ записать в виде частного решения или частного интеграла:

$$\begin{cases} y' = \dfrac{z^2}{z+y}, \\ z' = \dfrac{y^2}{z+y}, \\ y(0) = 2, \quad z(0) = 1. \end{cases}$$

5. Найти частное решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений. При этом для решения соответствующей однородной системы использовать метод Эйлера, решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений подобрать по виду вектор-функции в правой части системы

$$\begin{cases} X' = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} -t^2 \\ 1 \end{pmatrix}, \\ X(0) = (0;\ 3)^{\mathsf{T}}. \end{cases}$$

6. Методом Эйлера решить систему однородных линейных дифференциальных уравнений $X' = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} X.$

7. Решить систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений, применяя метод вариации произвольных постоянных: $\begin{cases} x' = 2y - x, \\ y' = 4y - 3x + \dfrac{e^{3t}}{e^{2t}+1}. \end{cases}$

8. Исследовать устойчивость тривиального решения системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = -4x - y, \\ y' = x - 2y \end{cases}$ по корням характеристического уравнения. Подобрать функцию Ляпунова вида $u(x, y) = Ax^2 + By^2$, устанавливающую соответственно устойчивость или неустойчивость этого решения. Установить тип

особой точки системы. Изобразить схематично траектории системы в окрестности точки (0,0).

9. Исследовать на устойчивость по первому приближению нулевое решение системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 2\sin x - 3e^y + 3, \\ y' = \ln(1-x) + 3y - \cos y. \end{cases}$

10. Найти состояния равновесия системы дифференциальных уравнений, установить их характер устойчивости и тип соответствующих особых точек системы $\begin{cases} x' = y, \\ y' = -4y - 2x\left(x^2 - 1\right). \end{cases}$

Вариант 19

1. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = x - 3y, \\ y' = 3x - y + 4t \end{cases}$ сведением к одному дифференциальному уравнению, общее решение системы дифференциальных уравнений записать в векторной форме.

2. Преобразовать дифференциальное уравнение в систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений (в нормальной форме):

$$y''' + 2y'' - 3y' - 10y = e^{-t}.$$

3. Найти линейно независимые первые интегралы системы дифференциальных уравнений, заданной в симметричной форме: $\dfrac{dx}{2y} = \dfrac{dy}{-\ln x} = \dfrac{dz}{\ln x - 2y}$. Записать общий интеграл или общее решение системы дифференциальных уравнений.

4. Решить нелинейную систему дифференциальных уравнений методом интегрируемых комбинаций, ответ записать в виде частного решения или частного интеграла:

$$\begin{cases} x' = \sin x \cdot \cos y, \\ y' = \cos x \cdot \sin y, \\ x(0) = \pi, \quad y(0) = \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

5. Найти частное решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений. При этом для решения соответствующей однородной системы использовать метод Эйлера, решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений подобрать по виду вектор-функции в правой части системы

$$\begin{cases} X' = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 3e^t \\ -e^t \end{pmatrix}, \\ X(0) = (0;\ 0)^{\mathsf{T}}. \end{cases}$$

6. Методом Эйлера решить систему однородных линейных дифференциальных уравнений $X' = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix} X.$

7. Решить систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений, применяя метод вариации произвольных постоянных: $\begin{cases} x' = 2x - 2y + e^{2t}\cos\left(e^t\right), \\ y' = x - y. \end{cases}$

8. Исследовать устойчивость тривиального решения системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = x + y, \\ y' = x - 2y \end{cases}$ по корням характеристического уравнения. Подобрать функцию Ляпунова вида $u(x, y) = Ax^2 + By^2$, устанавливающую соответственно устойчивость или неустойчивость этого решения. Установить тип особой точки системы. Изобразить схематично траектории системы в окрестности точки (0,0).

9. Исследовать на устойчивость по первому приближению нулевое решение системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = e^{3x+2y} - 1, \\ y' = \sin 4x + y - y^2. \end{cases}$

10. Найти состояния равновесия системы дифференциальных уравнений, установить их характер устойчивости и тип соответствующих особых точек системы $\begin{cases} x' = y, \\ y' = -y - x(x-2)(x-3). \end{cases}$

Вариант 20

1. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = -3x - 6y + e^{-t}, \\ y' = x + y + e^{t} \end{cases}$ сведением к одному дифференциальному уравнению, общее решение системы дифференциальных уравнений записать в векторной форме.

2. Преобразовать дифференциальное уравнение в систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений (в нормальной форме):

$$y''' + 3y'' + y' + 3y = t + e^{t}.$$

3. Найти линейно независимые первые интегралы системы дифференциальных уравнений, заданной в симметричной форме: $\dfrac{dx}{x^2 - y^2 - z^2} = \dfrac{dy}{2xy} = \dfrac{dz}{2xz}$. Записать общий интеграл или общее решение системы дифференциальных уравнений.

4. Решить нелинейную систему дифференциальных уравнений методом интегрируемых комбинаций, ответ записать в виде частного решения или частного интеграла:

$$\begin{cases} x' = x^2 + y^2, \\ y' = -2xy, \\ x(0) = 1, \quad y(0) = 2. \end{cases}$$

5. Найти частное решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений. При этом для решения соответствующей однородной системы использовать метод Эйлера, решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений подобрать по виду вектор-функции в правой части системы

$$\begin{cases} X' = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -5 & -1 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} -e^{2t} \\ e^{2t} \end{pmatrix}, \\ X(0) = (-2;\ 2)^{\mathsf{T}}. \end{cases}$$

6. Методом Эйлера решить систему однородных линейных дифференциальных уравнений $X' = \begin{pmatrix} 4 & -6 & 0 \\ 5 & -7 & 0 \\ 6 & -9 & 4 \end{pmatrix} X.$

7. Решить систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений, применяя метод вариации произвольных постоянных: $\begin{cases} x' = 2x - y, \\ y' = x + 2e^t. \end{cases}$

8. Исследовать устойчивость тривиального решения системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = -x - 2y, \\ y' = x - 2y \end{cases}$ по корням характеристического уравнения. Подобрать функцию Ляпунова вида $u(x, y) = Ax^2 + By^2$, устанавливающую соответственно устойчивость или неустойчивость этого решения. Установить тип особой точки системы. Изобразить схематично траектории системы в окрестности точки (0,0).

9. Исследовать на устойчивость по первому приближению нулевое решение системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = -\sin x + \sqrt{1+y} - \cos y, \\ y' = 0,5\,\mathrm{sh}\, x - y. \end{cases}$

10. Найти состояния равновесия системы дифференциальных уравнений, установить их характер устойчивости и тип соответствующих особых точек системы $\begin{cases} x' = y, \\ y' = -2y + 4x\left(x^2 - 9\right). \end{cases}$

Вариант 21

1. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = -x - y + e^t, \\ y' = x - y + \cos t \end{cases}$ сведением к одному дифференциальному уравнению, общее решение системы дифференциальных уравнений записать в векторной форме.

2. Преобразовать дифференциальное уравнение в систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений (в нормальной форме):

$$y''' + y'' - 4y' - 4y = 3 + e^t.$$

3. Найти линейно независимые первые интегралы системы дифференциальных уравнений, заданной в симметричной форме: $\dfrac{dx}{x} = \dfrac{dy}{z - y - 1} = \dfrac{dz}{2y + 1}$. Записать общий интеграл или общее решение системы дифференциальных уравнений.

4. Решить нелинейную систему дифференциальных уравнений методом интегрируемых комбинаций, ответ записать в виде частного решения или частного интеграла:

$$\begin{cases} x' = z(x + z), \\ y' = -y(y + z), \\ z' = 0, \\ x(0) = y(0) = z(0) = 1. \end{cases}$$

5. Найти частное решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений. При этом для решения соответствующей однородной системы использовать метод Эйлера, решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений подобрать по виду вектор-функции в правой части системы

$$\begin{cases} X' = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} -t \\ 3\cos t \end{pmatrix}, \\ X(0) = (1;\ 1)^{\mathsf{T}}. \end{cases}$$

6. Методом Эйлера решить систему однородных линейных дифференциальных уравнений $X' = \begin{pmatrix} 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \\ 2 & 8 & -2 \end{pmatrix} X.$

7. Решить систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений, применяя метод вариации произвольных постоянных: $\begin{cases} x' = y - 1 + \mathrm{tg}^2\, t, \\ y' = -x + \mathrm{tg}\, t. \end{cases}$

8. Исследовать устойчивость тривиального решения системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = x - y, \\ y' = -x - y \end{cases}$ по корням характеристического уравнения. Подобрать функцию Ляпунова вида $u(x, y) = Ax^2 + By^2$, устанавливающую соответственно устойчивость или неустойчивость этого решения. Установить тип особой точки системы. Изобразить схематично траектории системы в окрестности точки (0,0).

9. Исследовать на устойчивость по первому приближению нулевое решение системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = -\mathrm{sh}(x - 2y), \\ y' = \sin(2x - y). \end{cases}$

10. Найти состояния равновесия системы дифференциальных уравнений, установить их характер устойчивости и тип соответствующих особых точек системы $\begin{cases} x' = y, \\ y' = -3y - x(x+1)(x-2). \end{cases}$

Вариант 22

1. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 2x - y, \\ y' = x + 2y + 2e^{2t} \end{cases}$ сведением к одному дифференциальному уравнению, общее решение системы дифференциальных уравнений записать в векторной форме.

2. Преобразовать дифференциальное уравнение в систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений (в нормальной форме):

$$y''' + 2y'' - 9y' - 18y = \sin 2t.$$

3. Найти линейно независимые первые интегралы системы дифференциальных уравнений, заданной в симметричной форме: $\dfrac{t\,dt}{y^2 - 2xy - x^2} = \dfrac{dx}{x+y} = \dfrac{dy}{x-y}$. Записать общий интеграл или общее решение системы дифференциальных уравнений.

4. Решить нелинейную систему дифференциальных уравнений методом интегрируемых комбинаций, ответ записать в виде частного решения или частного интеграла:

$$\begin{cases} x' = 1 - \dfrac{1}{y}, \\ y' = \dfrac{1}{x-y}, \\ x(0) = y(0) = 1. \end{cases}$$

5. Найти частное решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений. При этом для решения соответствующей однородной системы использовать метод Эйлера, решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений подобрать по виду вектор-функции в правой части системы

$$\begin{cases} X' = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 8 & -1 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} t^2 \\ 2 \end{pmatrix}, \\ X(0) = (0;\ -2)^{\mathrm{T}}. \end{cases}$$

6. Методом Эйлера решить систему однородных линейных дифференциальных уравнений $X' = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -3 & 5 & -1 \\ -3 & 3 & 1 \end{pmatrix} X.$

7. Решить систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений, применяя метод вариации произвольных постоянных: $\begin{cases} x' = 4x - 3y - \dfrac{e^{-t}}{t}, \\ y' = y - x. \end{cases}$

8. Исследовать устойчивость тривиального решения системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = -2x + 2y, \\ y' = -x - y \end{cases}$ по корням характеристического уравнения. Подобрать функцию Ляпунова вида $u(x, y) = Ax^2 + By^2$, устанавливающую соответственно устойчивость или неустойчивость этого решения. Установить тип особой точки системы. Изобразить схематично траектории системы в окрестности точки (0,0).

9. Исследовать на устойчивость по первому приближению нулевое решение системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = -\operatorname{sh}(x + 2y) + x^2, \\ y' = \ln(1 - 2x - y). \end{cases}$

10. Найти состояния равновесия системы дифференциальных уравнений, установить их характер устойчивости и тип соответствующих особых точек системы $\begin{cases} x' = y, \\ y' = -4y - 5x\left(x^2 - 4\right). \end{cases}$

Вариант 23

1. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = -3x + 8y, \\ y' = x - y + e^{-t} \end{cases}$ сведением к одному дифференциальному уравнению, общее решение системы дифференциальных уравнений записать в векторной форме.

2. Преобразовать дифференциальное уравнение в систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений (в нормальной форме):

$$y''' + 3y'' + 4y' + 12y = t + e^t.$$

3. Найти линейно независимые первые интегралы системы дифференциальных уравнений, заданной в симметричной форме: $\dfrac{dx}{2x - z} = \dfrac{dy}{y} = \dfrac{dz}{x}$. Записать общий интеграл или общее решение системы дифференциальных уравнений.

4. Решить нелинейную систему дифференциальных уравнений методом интегрируемых комбинаций, ответ записать в виде частного решения или частного интеграла:

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x-y}{z-t}, \\ y' = \dfrac{x-y}{z-t}, \\ z' = x - y + 1, \\ x(1) = y(1) = 1, \quad z(1) = 2. \end{cases}$$

5. Найти частное решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений. При этом для решения соответствующей однородной системы использовать метод Эйлера, решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений подобрать по виду вектор-функции в правой части системы

$$\begin{cases} X' = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 2+4t \\ \dfrac{3}{2}t^2 - 1 \end{pmatrix}, \\ X(0) = (0;\ 0)^{\mathsf{T}}. \end{cases}$$

6. Методом Эйлера решить систему однородных линейных дифференциальных уравнений $X' = \begin{pmatrix} 5 & -1 & -2 \\ 0 & -3 & 0 \\ 5 & 1 & -1 \end{pmatrix} X.$

7. Решить систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений, применяя метод вариации произвольных постоянных: $\begin{cases} x' = -x - 2y + \dfrac{1}{\sin t}, \\ y' = x + y. \end{cases}$

8. Исследовать устойчивость тривиального решения системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = -x - 3y, \\ y' = 2x - y \end{cases}$ по корням характеристического уравнения. Подобрать функцию Ляпунова вида $u(x, y) = Ax^2 + By^2$, устанавливающую соответственно устойчивость или неустойчивость этого решения. Установить тип

особой точки системы. Изобразить схематично траектории системы в окрестности точки $(0,0)$.

9. Исследовать на устойчивость по первому приближению нулевое решение системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = -\operatorname{sh} x + e^{2y} - 1, \\ y' = 4\sin x - 3\left(y + y^3\right). \end{cases}$

10. Найти состояния равновесия системы дифференциальных уравнений, установить их характер устойчивости и тип соответствующих особых точек системы $\begin{cases} x' = y, \\ y' = -2y + 3x(x-1)(x+2). \end{cases}$

Вариант 24

1. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = -5x - y + e^{-5t}, \\ y' = x - 5y + (1+t)e^{-5t} \end{cases}$

сведением к одному дифференциальному уравнению, общее решение системы дифференциальных уравнений записать в векторной форме.

2. Преобразовать дифференциальное уравнение в систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений (в нормальной форме):

$$y''' - 3y'' + 4y' - 12y = 1 + 3t.$$

3. Найти линейно независимые первые интегралы системы дифференциальных уравнений, заданной в симметричной форме: $\dfrac{dx}{(x+z)z} = \dfrac{dy}{-y(y+z)} = \dfrac{dz}{0}$. Записать общий интеграл или общее решение системы дифференциальных уравнений.

4. Решить нелинейную систему дифференциальных уравнений методом интегрируемых комбинаций, ответ записать в виде частного решения или частного интеграла:

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x}{x+3y}, \\ y' = \dfrac{3y}{x+3y}, \\ x(1) = y(1) = 1. \end{cases}$$

5. Найти частное решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений. При этом для решения соответствующей однородной системы использовать метод Эйлера, решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений подобрать по виду вектор-функции в правой части системы

$$\begin{cases} X' = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & -4 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} -2e^{2t} \\ 6e^{2t} \end{pmatrix}, \\ X(0) = (0;\ 1)^{\mathsf{T}}. \end{cases}$$

6. Методом Эйлера решить систему однородных линейных дифференциальных уравнений $X' = \begin{pmatrix} 5 & 5 & -2 \\ -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} X.$

7. Решить систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений, применяя метод вариации произвольных постоянных: $\begin{cases} x' = y + t^2, \\ y' = x + 2e^t. \end{cases}$

8. Исследовать устойчивость тривиального решения системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = x - y, \\ y' = -x - y \end{cases}$ по корням характеристического уравнения. Подобрать функцию Ляпунова вида $u(x, y) = Ax^2 + By^2$, устанавливающую соответственно устойчивость или неустойчивость этого решения. Установить тип особой точки системы. Изобразить схематично траектории системы в окрестности точки $(0,0)$.

9. Исследовать на устойчивость по первому приближению нулевое решение системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 2e^{x+y} - 2, \\ y' = -\sin\left(\dfrac{17}{4}x\right) - 4y. \end{cases}$

10. Найти состояния равновесия системы дифференциальных уравнений, установить их характер устойчивости и тип соответствующих особых точек системы $\begin{cases} x' = y, \\ y' = -y - 2x\left(x^2 - 1\right). \end{cases}$

Вариант 25

1. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 4x + 3y + 2\sin 3t, \\ y' = 3x + 4y \end{cases}$ сведением к одному дифференциальному уравнению, общее решение системы дифференциальных уравнений записать в векторной форме.

2. Преобразовать дифференциальное уравнение в систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений (в нормальной форме):

$$y''' - 3y'' - 4y' + 12y = 1 - 2t.$$

3. Найти линейно независимые первые интегралы системы дифференциальных уравнений, заданной в симметричной форме: $\dfrac{dx}{3z - 2y} = \dfrac{dy}{2x - 5z} = \dfrac{dz}{5y - 3x}$. Записать общий интеграл или общее решение системы дифференциальных уравнений.

4. Решить нелинейную систему дифференциальных уравнений методом интегрируемых комбинаций, ответ записать в виде частного решения или частного интеграла:

$$\begin{cases} x' = 2\left(x^2 + y^2\right), \\ y' = 4xy, \\ x(0) = y(0) = 1. \end{cases}$$

5. Найти частное решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений. При этом для решения соответствующей однородной системы использовать метод Эйлера, решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений подобрать по виду вектор-функции в правой части системы

$$\begin{cases} X' = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -5 & -2 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 1+t \\ 0 \end{pmatrix}, \\ X(0) = (0;\ 1)^{\text{т}}. \end{cases}$$

6. Методом Эйлера решить систему однородных линейных дифференциальных уравнений $X' = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} X.$

7. Решить систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений, применяя метод вариации произвольных постоянных: $\begin{cases} x' = 3x - 3y + e^t, \\ y' = x - y + t. \end{cases}$

8. Исследовать устойчивость тривиального решения системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 3x - 2y, \\ y' = -2x - 2y \end{cases}$ по корням характеристического уравнения. Подобрать функцию Ляпунова вида $u(x,y) = Ax^2 + By^2$, устанавливающую соответственно устойчивость или неустойчивость этого решения. Установить тип особой точки системы. Изобразить схематично траектории системы в окрестности точки (0,0).

9. Исследовать на устойчивость по первому приближению нулевое решение системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = \sin 3x + e^{5y} - 1, \\ y' = \ln(1 + x + y). \end{cases}$

10. Найти состояния равновесия системы дифференциальных уравнений, установить их характер устойчивости и тип соответствующих особых точек системы $\begin{cases} x' = y, \\ y' = -4y - 2\sin x + 1. \end{cases}$

Вариант 26

1. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = y + \sin 2t, \\ y' = 3x - 2y \end{cases}$ сведением к одному дифференциальному уравнению, общее решение системы дифференциальных уравнений записать в векторной форме.

2. Преобразовать дифференциальное уравнение в систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений (в нормальной форме):

$$y''' - 2y'' - y' + 2y = 4t^2.$$

3. Найти линейно независимые первые интегралы системы дифференциальных уравнений, заданной в симметричной форме: $\dfrac{dx}{2z-3y} = \dfrac{dy}{3x+z} = \dfrac{-dz}{y+2x}$. Записать общий интеграл или общее решение системы дифференциальных уравнений.

4. Решить нелинейную систему дифференциальных уравнений методом интегрируемых комбинаций, ответ записать в виде частного решения или частного интеграла:

$$\begin{cases} x' = \dfrac{3y}{2x-y}, \\ y' = \dfrac{6x}{2x-y}, \\ x(0) = 2, \quad y(0) = 1. \end{cases}$$

5. Найти частное решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений. При этом для решения соответствующей однородной системы использовать метод Эйлера, решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений подобрать по виду вектор-функции в правой части системы

$$\begin{cases} X' = \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 4t+1 \\ \dfrac{3}{2}t^2 \end{pmatrix}, \\ X(0) = (0;\ 0)^{\mathsf{T}}. \end{cases}$$

6. Методом Эйлера решить систему однородных линейных дифференциальных уравнений $\acute{X} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} X$.

7. Решить систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений, применяя метод вариации произвольных постоянных $\begin{cases} x' = -y + t, \\ y' = 2y - 3x + e^t. \end{cases}$

8. Исследовать устойчивость тривиального решения системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 4x - y, \\ y' = -x - 2y \end{cases}$ по корням характеристического уравнения. Подобрать функцию Ляпунова вида $u(x, y) = Ax^2 + By^2$, устанавливающую соответственно устойчивость или неустойчивость этого решения. Установить тип особой точки системы. Изобразить схематично траектории системы в окрестности точки (0,0).

9. Исследовать на устойчивость по первому приближению нулевое решение системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = \operatorname{sh} y, \\ y' = -4y - 3\left(x^2 - x\right). \end{cases}$

10. Найти состояния равновесия системы дифференциальных уравнений, установить их характер устойчивости и тип соответствующих особых точек системы $\begin{cases} x' = y, \\ y' = -2y - 2x(x+3)(x-1). \end{cases}$