



 Уральский  
федеральный  
университет



Чердынцева Г.А., Кравченко Н.М.

## СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

Методические указания и варианты к расчетной работе  
для студентов физических специальностей ФТИ

Екатеринбург 2012

Вариант №1

1. Производятся последовательные независимые испытания пяти приборов на надежность. Каждый прибор испытывается только в том случае, если предыдущий оказался надежным. Вероятность выдержать испытания для каждого из приборов равна 0,9. Составить ряд распределения дискретной случайной величины  $X$  — числа испытанных приборов, найти ее функцию распределения  $F(x)$  и числовые характеристики: математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение. Построить многоугольник распределения и график функции  $F(x)$ .
2. Задана плотность распределения случайной величины  $f(x)$ . Найти: значение параметра  $a$ , функцию распределения  $F(x)$ , математическое ожидание. Построить графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

$$f(x) = \begin{cases} a(1-|x|), & |x| \leq 1, \\ 0, & |x| > 1. \end{cases}$$

3. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения  $F(x)$ . Найти: плотность распределения  $f(x)$ , математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, вероятность  $P(|X - M(X)| < \sigma)$ . Построить графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

$$F(x) = \begin{cases} (1/2) \cdot e^{x-2}, & x \leq 2, \\ 1 - (1/2) \cdot e^{2-x}, & x > 2. \end{cases}$$

4. Случайное отклонение размера детали от номинала  $\xi$  при изготовлении ее на данном станке имеет нулевое математическое ожидание и  $\sigma = 5$  мм. Запишите формулу для плотности распределения  $\xi$  и постройте ее график. Сколько необходимо изготовить деталей, чтобы с вероятностью не менее 0,9 среди них была бы хотя бы одна годная, если для годной детали допустимо отклонение от номинала не более, чем на 2 мм?
5. Задан закон распределения двумерной случайной величины  $(X, Y)$ . Найти коэффициент корреляции и  $P[(X, Y) \in D: \{-\infty < x < +\infty, |y| \leq 1\}]$ .

X/Y	-2	2	3	4
-2	0,03	0,02	0,06	0,04
0	0,03	0,10	0,10	0,09
2	0,05	0,08	0,20	0,20

6. Двумерная случайная величина  $(X, Y)$  задана совместной плотностью распределения

$$f(x, y) = \begin{cases} a \cos(x + y), & (x, y) \in D: \{|x| \leq \pi/4, |y| \leq \pi/4\}, \\ 0, & (x, y) \notin D. \end{cases}$$

Найти значение параметра  $a$  и математические ожидания  $M(X)$  и  $M(Y)$ .

7. Пусть случайная величина  $\xi$  распределена равномерно на отрезке  $[0, 1]$ . Найти плотность распределения случайной величины  $\eta = -\ln \xi$ .
8. Случайные величины  $\xi$  и  $\eta$  независимы, причем  $\xi$  имеет нормальное распределение с параметрами  $a = 2$  и  $\sigma = 0,5$ , а  $\eta$  — равномерное распределение на отрезке  $[0, 4]$ .  
Найти:  $M(\xi + 2\eta^2 - 1)$ ,  $D(2\xi - 4\eta - 5)$ ,  $M(3\xi^2 - 0,5)$ .

Вариант №2

1. В урне имеются четыре шара с номерами от 1 до 4. Из нее вынули два шара. Составить ряд распределения дискретной случайной величины  $X$  — суммы номеров вынутых шаров, найти ее функцию распределения  $F(x)$  и числовые характеристики: математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение. Построить многоугольник распределения и график функции  $F(x)$ .

2. Задана плотность распределения случайной величины  $f(x)$ . Найти: значение параметра  $a$ , функцию распределения  $F(x)$ , математическое ожидание. Построить графики

функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a}{\sqrt{4-x^2}}, & |x| < 2, \\ 0, & |x| \geq 2. \end{cases}$$

3. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения  $F(x)$ . Найти: плотность распределения  $f(x)$ , математическое ожидание и дисперсию, вероятность  $P(|X - M(X)| < \sigma)$ . Построить графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ (1/2) \cdot (1 - \cos 2x), & 0 \leq x \leq \pi/2, \\ 1, & x > \pi/2. \end{cases}$$

4. Стрельба ведется из точки  $O$  вдоль прямой  $OX$ . Средняя дальность полета снаряда  $a = 1000$  м. Предполагая, что дальность полета  $\xi$  распределена по нормальному закону со средним квадратичным отклонением  $\sigma = 80$  м, найти какой процент выпускаемых снарядов даст перелет от 120 до 160 м. Запишите формулу для плотности распределения  $\xi$  и постройте ее график.

5. Задан закон распределения двумерной случайной величины  $(X, Y)$ . Найти коэффициент корреляции и  $P[(X, Y) \in D : \{|x| \leq 1, 0 \leq y \leq 2\}]$ .

X/Y	-2	-1	0	2
-1	0,02	0,05	0,04	0,10
2	0,03	0,08	0,05	0,20
4	0,02	0,05	0,06	0,30

6. Двумерная случайная величина  $(X, Y)$  задана совместной плотностью распределения.

$$f(x, y) = \begin{cases} c \cdot (2x + 7), & (x, y) \in D : \{x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 3\}, \\ 0, & (x, y) \notin D. \end{cases}$$

Найти значение параметра  $c$ , частные плотности распределения  $f_1(x)$ ,  $f_2(y)$ .

7. Случайная величина  $\xi$  распределена равномерно на отрезке  $[0, 1]$ . Найти плотность распределения случайной величины  $\eta = \xi^2$ .

8. Случайные величины  $\xi$  и  $\eta$  независимы, причем  $\xi$  имеет показательное распределение с параметром  $\lambda = 0,5$ , а  $\eta$  — равномерное распределение на отрезке  $[0, 3]$ .

Найти:  $M(\xi - \eta^2 + 1)$ ,  $D(\xi - \xi\eta + 4)$ ,  $M(\eta^2 + 2)$ .

Вариант №3

1. Из урны, содержащей 6 белых и 4 черных шара, извлекают шары по одному без возвращения до тех пор, пока не появится белый шар. Построить ряд распределения для дискретной случайной величины  $X$  — числа вынутых черных шаров, найти ее функцию распределения  $F(x)$  и числовые характеристики: математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение. Построить многоугольник распределения и график функции  $F(x)$ .

2. Задана плотность распределения случайной величины  $f(x)$ . Найти: значение параметра  $a$ , функцию распределения  $F(x)$ , математическое ожидание. Построить графики

функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ ax^2, & 0 \leq x < 2, \\ a(4-x)^2, & 2 \leq x < 4, \\ 0, & x \geq 4. \end{cases}$$

3. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения  $F(x)$ . Найти: плотность распределения  $f(x)$ , математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, вероятность  $P(|X - M(X)| < \sigma)$ . Построить графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ (4/\pi) \cdot \arctg(x/2), & 0 \leq x \leq 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

4. Диаметр детали, изготавливаемой на станке, — случайная величина  $\xi$ , распределенная по нормальному закону с математическим ожиданием  $a = 25$  см и средним квадратичным отклонением  $\sigma = 0,4$  см. Найти вероятность того, что две наудачу взятые детали имеют отклонение от математического ожидания по абсолютной величине не более 0,16 см. Запишите формулу для плотности распределения  $\xi$  и постройте ее график.

5. Задан закон распределения двумерной случайной величины  $(X, Y)$ . Найти коэффициент корреляции и  $P[(X, Y) \in D: \{|x| \leq 2, 1 \leq y \leq 3\}]$ .

X/Y	-2	1	2	4
0	0,13	0,05	0,03	0,05
1	0,10	0,17	0,10	0,02
3	0,12	0,09	0,04	0,10

6. Двумерная случайная величина  $(X, Y)$  равномерно распределена в треугольнике с вершинами  $A(0,0)$ ,  $B(0,3)$ ,  $C(3,0)$ . Найти: плотность распределения  $f(x, y)$ , частные плотности распределения  $f_1(x)$  и  $f_2(y)$ ,  $P(X \geq 0, 1 \leq Y \leq 2)$ .

7. Случайная величина  $\xi$  имеет показательное распределение с параметром  $\lambda = 1$ . Найти плотность распределения случайной величины  $\eta = \sqrt{\xi}$ .

8. Случайные величины  $\xi$  и  $\eta$  независимы, причем  $\xi$  имеет показательное распределение с параметром  $\lambda = 1$ , а  $\eta$  — нормальное распределение с параметрами  $a = 0,5$  и  $\sigma = 0,25$ . Найти:  $M(\xi + 3\xi\eta - 8)$ ,  $D(\xi - 3\eta - 5)$ ,  $M(\xi^2 - \eta)$ .

Вариант №4

1. На пути движения автомашины 4 светофора. Каждый из них либо разрешает, либо запрещает дальнейшее движение автомобиля с вероятностью 0,5. Построить ряд распределения для дискретной случайной величины  $X$  — числа светофоров, пройденных автомашиной без остановки, найти ее функцию распределения  $F(x)$ , числовые характеристики: математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение. Построить многоугольник распределения и график функции  $F(x)$ .

2. Задана плотность распределения случайной величины  $f(x)$ . Найти: значение параметра  $a$ , функцию распределения  $F(x)$ , математическое ожидание. Построить графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

$$f(x) = \begin{cases} a \cos^2 x, & |x| \leq \pi/2, \\ 0, & |x| > \pi/2. \end{cases}$$

3. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения  $F(x)$ . Найти: плотность распределения  $f(x)$ , математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, вероятность  $P(|X - M(X)| < \sigma)$ . Построить графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -\pi/2, \\ \sin(x/2 + \pi/4), & |x| \leq \pi/2, \\ 1, & x > \pi/2. \end{cases}$$

4. Завод изготавливает шарики для подшипников, номинальный диаметр которых равен 10 мм, а фактический диаметр  $\xi$  случайно распределен по нормальному закону с параметрами  $a = 10$  мм и  $\sigma = 0,4$  мм. При контроле бракуются все шарики, не проходящие через отверстие диаметром  $d_1 = 10,7$  мм, и все, проходящие через отверстие диаметром  $d_2 = 9,3$  мм. Найти процент годных шариков. Запишите формулу для плотности распределения  $\xi$  и постройте ее график.

5. Задан закон распределения двумерной случайной величины  $(X, Y)$ . Найти коэффициент корреляции и  $P[(X, Y) \in D: \{|x| \leq 2, |y| \leq 1\}]$ .

X/Y	-4	-2	1	2
-2	0,06	0,05	0,05	0,03
0	0,17	0,06	0,10	0,10
1	0,10	0,10	0,07	0,11

6. Двумерная случайная величина  $(X, Y)$  задана совместной плотностью распределения

$$f(x, y) = \begin{cases} a(x^2 + y^2), & (x, y) \in D: \{x + y^2 \leq 4, x \geq 0\}, \\ 0, & (x, y) \notin D. \end{cases}$$

Найти значение параметра  $a$  и коэффициент корреляции  $r_{xy}$ .

7. Случайная величина  $\xi$  имеет показательное распределение с параметром  $\lambda = 2$ . Найти плотность распределения случайной величины  $\eta = e^{-2\xi}$ .

8. Случайные величины  $\xi$  и  $\eta$  независимы, причем  $\xi$  имеет показательное распределение с параметром  $\lambda = 1/2$ , а  $\eta$  — нормальное распределение с параметрами  $a = 2,2$  и  $\sigma = 0,5$ . Найти:  $M(\xi\eta - 3\xi^2 + 3)$ ,  $D(3\eta - 2\xi + 1)$ ,  $M(2\xi\eta + 3,2)$ .

Вариант №5

1. Бросают две симметричные кости, на парах граней которых выбиты цифры 1, 2, 3. Построить ряд распределения для дискретной случайной величины  $X$  — произведения числа очков на выпавших гранях, найти ее функцию распределения  $F(x)$ , числовые характеристики: математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение. Построить многоугольник распределения и график функции  $F(x)$ .

2. Задана плотность распределения случайной величины  $f(x)$ . Найти: значение параметра  $a$ , функцию распределения  $F(x)$ , математическое ожидание. Построить графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

$$f(x) = \begin{cases} axe^{-x}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

3. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения  $F(x)$ . Найти: плотность распределения  $f(x)$ , математическое ожидание, дисперсию, вероятность  $P(|X - M(X)| < \sigma)$ . Построить графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ (2/\pi) \cdot \arcsin x, & 0 \leq x \leq 1, \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

4. Случайная величина  $\xi$  подчинена нормальному закону с математическим ожиданием  $a = 10$ . Каково должно быть среднеквадратическое отклонение  $\sigma$  этой случайной величины, чтобы с вероятностью 0,8 отклонение от математического ожидания по абсолютной величине не превышало 0,2? Запишите формулу для плотности распределения  $\xi$  и постройте ее график

5. Задан закон распределения двумерной случайной величины  $(X, Y)$ . Найти коэффициент корреляции и  $P[(X, Y) \in D: \{-\infty < x < +\infty, |y| \leq 1\}]$ .

X/Y	0	1	2	4
-1	0,04	0,02	0,04	0,02
2	0,18	0,05	0,07	0,10
3	0,05	0,15	0,15	0,13

6. Двумерная случайная величина  $(X, Y)$  задана совместной плотностью распределения

$$f(x, y) = \begin{cases} a(x + y)e^{-x-y}, & (x, y) \in D: \{x \geq 0, y \geq 0\}, \\ 0, & (x, y) \notin D. \end{cases}$$

Найти значение параметра  $a$  и частные плотности распределения  $f_1(x)$  и  $f_2(y)$ .

7. Случайная величина  $\xi$  распределена по нормальному закону с  $a = 0$  и  $\sigma = 1$ . Найти плотность распределения случайной величины  $\eta = \xi^4$ .

8. Случайные величины  $\xi$  и  $\eta$  независимы, причем  $\xi$  имеет показательное распределение с параметром  $\lambda = 0,5$ , а  $\eta$  — нормальное распределение с параметрами  $a = 2,2$  и  $\sigma = 0,5$ . Найти:  $M(2\xi^2 - 3\eta + \xi\eta)$ ,  $D(2\xi - 3\eta)$ ,  $M(2\xi - \eta + 2)$ .

Вариант №6

1. В распоряжении электрика имеется 5 лампочек, каждая из которых с вероятностью  $p = 1/5$  имеет дефект. Лампочка ввинчивается в патрон и включается ток. При включении тока дефектная лампочка сразу же перегорает и заменяется другой. Построить ряд распределения для дискретной случайной величины  $X$  — числа лампочек, которое будет испробовано, найти ее функцию распределения  $F(x)$ , числовые характеристики: математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение. Построить многоугольник распределения и график функции  $F(x)$ .

2. Задана плотность распределения случайной величины  $f(x)$ . Найти: значение параметра  $a$ , функцию распределения  $F(x)$ , математическое ожидание. Построить графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a}{9+x^2}, & |x| \leq 3, \\ 0, & |x| > 3. \end{cases}$$

3. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения  $F(x)$ . Найти: плотность распределения  $f(x)$ , математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, вероятность  $P(|X - M(X)| < \sigma)$ . Построить графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

$$F(x) = \begin{cases} 0,5 \cdot e^{5x}, & x < 0, \\ 1 - 0,5 \cdot e^{-5x}, & x \geq 0. \end{cases}$$

4. Молоко в пакеты разливается автоматически. Случайная величина  $\xi$  — объем молока в пакете распределена по нормальному закону. Средний объем молока в пакете равен одному литру. Известно, что 4% пакетов содержат молока менее одного литра. Каков процент пакетов, объем молока в которых превышает 0,95 литра? Запишите формулу для плотности распределения случайной величины  $\xi$  и постройте ее график.

5. Задан закон распределения двумерной случайной величины  $(X, Y)$ . Найти коэффициент корреляции и  $P[(X, Y) \in D: \{|x| < 2, -\infty < y < +\infty\}]$ .

X/Y	0	2	3	5
-2	0,05	0,07	0,10	0,08
1	0,10	0,09	0,10	0,05
2	0,15	0,08	0,12	0,01

6. Двумерная случайная величина  $(X, Y)$  задана совместной плотностью распределения

$$f(x, y) = \begin{cases} axy, & (x, y) \in D: \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2 - 2x\}, \\ 0, & (x, y) \notin D. \end{cases}$$

Найти: значение параметра  $a$ , безусловные и условные плотности распределения составляющих. Зависимы ли  $X$  и  $Y$ ?

7. Случайная величина  $\xi$  имеет равномерное распределение на отрезке  $[0, 1]$ . Найти плотность распределения случайной величины  $\eta = e^{\xi-1}$ .

8. Случайные величины  $\xi$  и  $\eta$  независимы, причем  $\xi$  имеет равномерное распределение на отрезке  $[0, 1]$ , а  $\eta$  — равномерное распределение на отрезке  $[-3, 6]$ . Найти:  $M(2\eta - 3\xi^2 - 4)$ ,  $D(4\xi\eta)$ ,  $D(2\eta - 3\xi - 7)$ .

Вариант №7

1. Стрелок делает четыре выстрела по мишени. Вероятность попадания при каждом выстреле равна  $3/4$ . Построить ряд распределения для дискретной случайной величины  $X$  — числа попаданий в мишень, найти ее функцию распределения  $F(x)$ , числовые характеристики: математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение. Построить многоугольник распределения и график функции  $F(x)$ .

2. Задана плотность распределения случайной величины  $f(x)$ . Найти: значение параметра  $a$ , функцию распределения  $F(x)$ , математическое ожидание. Построить графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

$$f(x) = \begin{cases} a \sin^2 x, & |x| \leq \pi/2, \\ 0, & |x| > \pi/2. \end{cases}$$

3. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения  $F(x)$ . Найти: плотность распределения  $f(x)$ , математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, вероятность  $P(|X - M(X)| < \sigma)$ . Построить графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -\pi/2, \\ \cos(x/2 - \pi/4), & |x| \leq \pi/2, \\ 1, & x > \pi/2. \end{cases}$$

4. Случайная величина  $\xi$  имеет нормальное распределение. Известно, что  $P(X < 0,44) = 0,1$ , а  $P(X \geq 3,88) = 0,33$ . Найти плотность распределения  $\xi$  и построить ее график.

5. Задан закон распределения двумерной случайной величины  $(X, Y)$ . Найти коэффициент корреляции и  $P[(X, Y) \in D: \{|x| \leq 1, 1 \leq y \leq 3\}]$ .

X/Y	-1	0	2	4
-2	0,04	0,05	0,07	0,05
1	0,05	0,08	0,09	0,08
2	0,10	0,12	0,10	0,17

6. Двумерная случайная величина  $(X, Y)$  задана совместной плотностью распределения

$$f(x, y) = \begin{cases} a \sin(2x) \cdot \sin(y/3), & (x, y) \in D: \{0 \leq x \leq \pi/4, 0 \leq y \leq \pi\}, \\ 0, & (x, y) \notin D. \end{cases}$$

Найти: значение параметра  $a$ , безусловные и условные плотности распределения составляющих. Зависимы ли  $X$  и  $Y$ ?

7. Случайная величина  $\xi$  распределена равномерно на интервале  $(-\pi/2, \pi/2)$ . Найти плотность распределения случайной величины  $\eta = \sin \xi$ .

8. Случайные величины  $\xi$  и  $\eta$  независимы, причем  $\xi$  имеет нормальное распределение с параметрами  $a=1$  и  $\sigma=\sqrt{3}$ , а  $\eta$  — равномерное распределение на отрезке  $[1, 4]$ . Найти:  $M(3\xi\eta - \eta^2 + 5)$ ,  $D(2\xi\eta - 5)$ ,  $D(\xi - 2\eta)$ .



Вариант №8

- Имея боезапас из пяти патронов, стрелок стреляет по мишени до первого попадания. Вероятность попадания при каждом выстреле равна  $2/3$ . Построить ряд распределения для дискретной случайной величины  $X$  — числа израсходованных патронов, найти ее функцию распределения  $F(x)$ , математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение. Построить многоугольник распределения и график функции  $F(x)$ .
- Задана плотность распределения случайной величины  $f(x)$ . Найти: значение параметра  $a$ , функцию распределения  $F(x)$ , математическое ожидание. Построить графики функций

$$f(x) \text{ и } F(x). \quad f(x) = \begin{cases} 2a(2-|x|), & |x| \leq 1, \\ 0, & |x| > 1. \end{cases}$$

- Случайная величина  $X$  задана функцией распределения  $F(x)$ . Найти: плотность распределения  $f(x)$ , математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, вероятность  $P(|X - M(X)| < \sigma)$ . Построить графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ (4/\pi) \cdot \operatorname{arctg} x, & 0 \leq x \leq 1, \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

- Внешний диаметр (ВД) годных для сборки стальных стержней распределен по нормальному закону с параметрами  $a = 2,3$  см и  $\sigma = 0,06$  см. Пределы допуска  $2,31 \pm 0,10$  см. Изделие с ВД ниже нижнего предела считается ломом, тогда как при превышении ВД верхнего предела изделие можно доработать. Каков процент лома? Сколько процентов продукции нуждаются в доработке?

- Задан закон распределения двумерной случайной величины  $(X, Y)$ . Найти коэффициент корреляции и  $P[(X, Y) \in D: \{|x| \leq 1, 1 \leq y \leq 3\}]$ .

X/Y	-2	0	2	4
-3	0,04	0,08	0,05	0,04
-1	0,08	0,09	0,06	0,07
2	0,14	0,12	0,12	0,11

- Двумерная случайная величина  $(X, Y)$  задана совместной плотностью распределения

$$f(x, y) = \frac{a}{(4 + x^2)(9 + y^2)}$$

Найти: значение параметра  $a$ , совместную функцию распределения  $F(x, y)$ , частные плотности распределения  $f_1(x)$  и  $f_2(y)$ , вероятность  $P(X \leq 2, Y \leq 3)$ .

- Случайная величина  $\xi$  распределена равномерно на интервале  $(0, \pi)$ . Найти плотность распределения случайной величины  $\eta = \cos \xi$ .
- Случайные величины  $\xi$  и  $\eta$  независимы, причем  $\xi$  имеет нормальное распределение с параметрами  $a = 1$  и  $\sigma = 1/\sqrt{2}$ ,  $\eta$  — показательное распределение с  $\lambda = 1/2$ . Найти:  $M(2\xi - \eta/2)$ ,  $M(\xi^2 - 2\xi\eta + 5)$ ,  $D(3\xi\eta - \xi + 3,5)$ .

Вариант №9

1. С целью привлечения покупателей компания “Кока-кола” проводит рекламную акцию, в которой каждая десятая бутылка напитка, выпущенного фирмой, является призовой. Построить ряд распределения для дискретной случайной величины  $X$  — числа призовых бутылок из четырех приобретенных, найти ее функцию распределения  $F(x)$ , числовые характеристики: математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение. Построить многоугольник распределения и график функции  $F(x)$ .

2. Задана плотность распределения случайной величины  $f(x)$ . Найти: значение параметра  $a$ , функцию распределения  $F(x)$ , математическое ожидание. Построить графики функций

$$f(x) \text{ и } F(x). \quad f(x) = \begin{cases} \frac{a}{\sqrt{9-x^2}}, & |x| < 3, \\ 0, & |x| \geq 3. \end{cases}$$

3. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения  $F(x)$ . Найти: плотность распределения  $f(x)$ , математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, вероятность  $P(|X - M(X)| < \sigma)$ . Построить графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -\pi/4, \\ 0,5 \cdot (1 + \sin 2x), & |x| \leq \pi/4, \\ 1, & x > \pi/4. \end{cases}$$

4. Случайная величина  $\xi$  имеет нормальное распределение. Известно, что  $P(\xi > 2) = 0,5$ , а  $P(\xi < 3) = 0,975$ . Найти плотность распределения  $\xi$  и построить ее график.

5. Задан закон распределения двумерной случайной величины  $(X, Y)$ . Найти коэффициент корреляции и  $P[(X, Y) \in D: \{-\infty < x < +\infty, |y| < 2\}]$ .

X/Y	-2	1	3	6
-2	0,02	0,07	0,09	0,09
0	0,04	0,08	0,16	0,11
3	0,05	0,08	0,11	0,10

6. Двумерная случайная величина  $(X, Y)$  задана совместной плотностью распределения

$$f(x, y) = \begin{cases} 2a \cdot \sin(x + 2y), & (x, y) \in D: \{0 \leq x \leq \pi/2, 0 \leq y \leq \pi/4\}, \\ 0, & (x, y) \notin D. \end{cases}$$

Найти: значение параметра  $a$ , частные плотности распределения  $f_1(x)$  и  $f_2(y)$ , математические ожидания случайных величин  $X$  и  $Y$ .

7. Случайная величина  $\xi$  распределена равномерно на отрезке  $[0, 1]$ . Найти плотность распределения случайной величины  $\eta = -\ln(1 - \xi)$ .

8. Случайные величины  $\xi$  и  $\eta$  независимы, причем  $\xi$  имеет равномерное распределение на отрезке  $[-2, 6]$  а  $\eta$  — показательное распределение с параметром  $\lambda = 0,4$ . Найти:  $M(3\xi - \eta + 1)$ ,  $M(2\xi^2 - 3\xi\eta + \xi)$ ,  $D(2\xi - 3\eta)$ .

Вариант №10

1. Имея в своем распоряжении пять патронов, охотник стреляет по удаляющейся мишени. Вероятность попадания при первом выстреле равна  $p_1 = 0,8$  и с каждым последующим выстрелом она уменьшается на  $0,1$ . Построить ряд распределения для дискретной случайной величины  $X$  — числа израсходованных патронов, найти ее функцию распределения  $F(x)$ , числовые характеристики: математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение. Построить многоугольник распределения и график функции  $F(x)$ .

2. Задана плотность распределения случайной величины  $f(x)$ . Найти: значение параметра  $a$ , функцию распределения  $F(x)$ , математическое ожидание. Построить графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

$$f(x) = \begin{cases} a \cdot e^{-|x|}, & |x| < \ln 2, \\ 0, & |x| \geq \ln 2. \end{cases}$$

3. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения  $F(x)$ . Найти: плотность распределения  $f(x)$ , математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, вероятность  $P(|X - M(X)| < \sigma)$ . Построить графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -0,5, \\ 1/2 + (1/\pi) \cdot \arcsin(2x), & |x| \leq 0,5, \\ 1, & x > 0,5. \end{cases}$$

4. Случайная ошибка измерения некоторой величины  $\xi$  подчинена нормальному закону распределения с  $\sigma = 10$  мм. Измерения производятся прибором, не имеющим систематической ошибки (то есть  $a = 0$ ). Записать формулу для плотности распределения случайной величины  $\xi$  и построить ее график. Найти вероятность того, что в серии из пяти независимых измерений ошибка хотя бы одного из них не превзойдет 3 мм.

5. Задан закон распределения двумерной случайной величины  $(X, Y)$ . Найти коэффициент корреляции и  $P[(X, Y) \in D: \{|x| \leq 2, -\infty < y < +\infty\}]$ .

X/Y	-3	1	2	5
0	0,05	0,08	0,11	0,06
2	0,06	0,09	0,09	0,05
4	0,08	0,18	0,11	0,04

6. Двумерная случайная величина  $(X, Y)$  задана совместной плотностью распределения

$$f(x, y) = \begin{cases} a \cdot (9 - x^2 - y^2), & (x, y) \in D: \{x^2 + y^2 \leq 9\}, \\ 0, & (x, y) \notin D. \end{cases}$$

Найти значение параметра  $a$  и коэффициент корреляции  $r_{xy}$ .

7. Случайная величина  $\xi$  распределена равномерно на отрезке  $[0, 27]$ . Найти плотность распределения случайной величины  $\eta = \sqrt[3]{\xi}$ .

8. Случайные величины  $\xi$  и  $\eta$  независимы, причем  $\xi$  имеет нормальное распределение с параметрами  $a = -0,5$  и  $\sigma = 2,3$ , а  $\eta$  — показательное распределение с параметром  $\lambda = 2$ . Найти:  $D(-\xi + 2\eta + 4,5)$ ,  $M(2\eta^2 - \xi\eta + 5)$ ,  $M(3\xi - 4\eta - 1)$ .

Вариант №11

1. Стрелок стреляет по мишени, имея в своем распоряжении 6 патронов. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,4. Стрельба по мишени прекращается, если стрелок поразит ее два раза, или когда станет ясно, что уже нет возможности поразить мишень два раза. Построить ряд распределения для дискретной случайной величины  $X$  — числа израсходованных патронов, найти ее функцию распределения  $F(x)$ , числовые характеристики: математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение. Построить многоугольник распределения и график функции  $F(x)$ .

2. Задана плотность распределения случайной величины  $f(x)$ . Найти: значение параметра  $a$ , функцию распределения  $F(x)$ , математическое ожидание. Построить графики функций

$$f(x) \text{ и } F(x). \quad f(x) = \begin{cases} a \cdot (\arcsin x + 1), & x \in [0,1], \\ 0, & x \notin [0,1]. \end{cases}$$

3. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения  $F(x)$ . Найти: плотность распределения  $f(x)$ , математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, вероятность  $P(|X - M(X)| < \sigma)$ . Построить графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

$$F(x) = \begin{cases} (1/3) \cdot e^{x+1}, & x \leq -1, \\ 1 - (2/3) \cdot e^{-x-1}, & x > -1. \end{cases}$$

4. Автомат изготавливает шарики для подшипников. Диаметр изготавливаемых шариков  $\xi$  распределен по нормальному закону с  $a = 5$  мм. Известно, что в среднем отбраковываются 6% шариков, диаметр которых отличается от  $a$  более, чем на 0,1 мм. Записать формулу для плотности распределения случайной величины  $\xi$  и построить ее график. Найти вероятность того, что диаметр двух наудачу выбранных шариков будет заключен в пределах от 4,95 до 5,05 мм.

5. Задан закон распределения двумерной случайной величины  $(X, Y)$ . Найти коэффициент корреляции и  $P[(X, Y) \in D: \{x^2 + y^2 \leq 4\}]$ .

X/Y	-3	-2	1	3
-2	0,05	0,19	0,10	0,05
0	0,07	0,11	0,07	0,05
4	0,08	0,09	0,08	0,06

6. Двумерная случайная величина  $(X, Y)$  задана совместной плотностью распределения

$$f(x, y) = \begin{cases} a \cdot (x + 2y), & (x, y) \in D: \{x \geq 0, y \geq 0, x + y - 2 \leq 0\}, \\ 0, & (x, y) \notin D. \end{cases}$$

Найти: значение параметра  $a$ , частные плотности распределения  $f_1(x)$  и  $f_2(y)$ , вероятность  $P(X \geq 0, 0 \leq Y \leq 1)$ .

7. Случайная величина  $\xi$  имеет стандартное распределение Коши:  $f(\xi) = [\pi \cdot (1 + \xi^2)]^{-1}$ . Найти плотность распределения случайной величины  $\eta = 1/(1 + \xi^2)$ .

8. Случайные величины  $\xi$  и  $\eta$  независимы, причем  $\xi$  имеет показательное распределение с параметром  $\lambda = 0,2$ ,  $\eta$  — равномерное распределение на отрезке  $[-1, 5]$ . Найти:  $M(\xi/5 - \eta + 1)$ ,  $M(\xi^2 - \eta^2 + 0,5)$ ,  $D(3\eta - 2\xi + 8)$ .

Вариант №12

1. Среди 10 заявок на ремонт бытовой техники 6 заявок на ремонт принтера. Мастер, желая найти заявку на ремонт принтера, рассматривает их поочередно и, найдя такую заявку, прекращает дальнейший просмотр. Построить ряд распределения для дискретной случайной величины  $X$  — числа просмотренных заявок, найти ее функцию распределения  $F(x)$  и числовые характеристики: математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение. Построить многоугольник распределения и график функции распределения.

2. Задана плотность распределения случайной величины  $f(x)$ . Найти: значение параметра  $a$ , функцию распределения  $F(x)$ , математическое ожидание. Построить графики

функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ a - x^2, & 0 \leq x \leq 1, \\ a(3 - x), & 1 < x \leq 3, \\ 0, & x > 3. \end{cases}$$

3. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения  $F(x)$ . Найти: плотность распределения  $f(x)$ , математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, вероятность  $P(|X - M(X)| < \sigma)$ . Построить графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0. \\ 0,5 \cdot (1 - \cos(x/2)), & 0 \leq x \leq 2\pi, \\ 1, & x > 2\pi. \end{cases}$$

4. Диаметр выпускаемой детали  $\xi$  — случайная величина, подчиненная нормальному закону с математическим ожиданием  $a = 1,6$  см и среднеквадратическим отклонением  $\sigma = 1$  см. Записать формулу для плотности распределения случайной величины  $\xi$  и построить ее график. Сколько необходимо взять деталей, чтобы с вероятностью 0,8 хотя бы одна из них попала в интервал (1,2)?

5. Задан закон распределения двумерной случайной величины  $(X, Y)$ . Найти коэффициент корреляции и  $P[(X, Y) \in D : \{x > 3, |y| \leq 2\}]$ .

X/Y	-2	2	3	6
-3	0,18	0,17	0,10	0,08
-2	0,10	0,11	0,07	0,04
0	0,04	0,04	0,04	0,04

6. Случайная величина  $(X, Y)$  равномерно распределена в круге радиуса 3. Найти: совместную плотность распределения  $f(x, y)$ , частные плотности распределения  $f_1(x)$  и  $f_2(y)$ ,  $P(X \geq 0, 0 \leq Y \leq 1)$ .

7. Случайная величина  $\xi$  имеет стандартное распределение Коши:  $f(\xi) = [\pi \cdot (1 + \xi^2)]^{-1}$ . Найти плотность распределения случайной величины  $\eta = \xi^2$ .

8. Случайные величины  $\xi$  и  $\eta$  независимы, причем  $\xi$  имеет нормальное распределение с параметром  $a = -2$  и  $\sigma = 0,5$ , а  $\eta$  — равномерное распределение на отрезке [2, 8]. Найти:  $M(2\xi^2 - 3\eta + 5)$ ,  $D(4\eta - 2\xi + 3,7)$ ,  $D(3\xi\eta - \xi + 12)$ .

Вариант №13

1. Среди 10 купленных театральные билеты 4 билета в партер. Наудачу взяли 5 билетов. Построить ряд распределения для дискретной случайной величины  $X$  — числа билетов в партер среди выбранных пяти, найти ее функцию распределения  $F(x)$ , числовые характеристики: математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение. Построить многоугольник распределения и график функции  $F(x)$ .

2. Задана плотность распределения случайной величины  $f(x)$ . Найти: значение параметра  $a$ , функцию распределения  $F(x)$ , математическое ожидание. Построить графики функций

$$f(x) \text{ и } F(x). \quad f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ (a/3) \cdot \cos^3 x, & 0 \leq x \leq \pi/2, \\ 0, & x > \pi/2. \end{cases}$$

3. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения  $F(x)$ . Найти: плотность распределения  $f(x)$ , математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, вероятность  $P(|X - M(X)| < \sigma)$ . Построить графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1/2, \\ (4/\pi) \cdot \operatorname{arctg}(2x) - 1, & x \geq 1/2. \end{cases}$$

4. Масса вагона  $\xi$  — случайная величина, распределенная по нормальному закону с математическим ожиданием 65 т и средним квадратичным отклонением  $\sigma = 0,9$  т. Записать формулу для плотности распределения случайной величины  $\xi$  и построить ее график. Найти вероятность того, что из двух наудачу взятых вагонов хотя бы один из них имеет массу, отличающуюся от математического ожидания не более чем на 5 т.

5. Задан закон распределения двумерной случайной величины  $(X, Y)$ . Найти коэффициент корреляции и  $P[(X, Y) \in D: \{|x| \leq 1, -\infty < y < +\infty\}]$ .

X/Y	-3	-1	2	4
-3	0,08	0,09	0,09	0,03
-2	0,08	0,13	0,13	0,03
0	0,08	0,12	0,09	0,05

6. Двумерная случайная величина  $(X, Y)$  задана совместной плотностью распределения

$$f(x, y) = \begin{cases} 2a \cdot (x^2 + y^2), & (x, y) \in D: \{x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 - 9 \leq 0\}, \\ 0, & (x, y) \notin D. \end{cases}$$

Найти: значение параметра  $a$  и математические ожидания случайных величин  $X$  и  $Y$ .

7. Случайная величина  $\xi$  имеет стандартное распределение Коши:  $f(\xi) = [\pi(1 + \xi^2)]^{-1}$ . Найти плотность распределения случайной величины  $\eta = 1/\xi$ .

8. Случайные величины  $\xi$  и  $\eta$  независимы, причем  $\xi$  имеет нормальное распределение с параметрами  $a = -0,5$  и  $\sigma = 2,3$ , а  $\eta$  — показательное распределение с параметром  $\lambda = 2$ . Найти:  $D(-\xi + 2\eta + 0,7)$ ,  $M(3\xi^2 - \eta + \xi\eta)$ ,  $D(2\xi\eta + \eta)$ .

Вариант №14

1. Два стрелка независимо друг от друга делают по два выстрела в мишень. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,5, для второго — 0,6. Построить ряд распределения для дискретной случайной величины  $X$  — суммарного числа попаданий в мишень, найти ее функцию распределения  $F(x)$ , а также числовые характеристики: математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение. Построить многоугольник распределения и график функции  $F(x)$ .

2. Задана плотность распределения случайной величины  $f(x)$ . Найти: значение параметра  $a$ , функцию распределения  $F(x)$ , математическое ожидание. Построить графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

$$f(x) = \begin{cases} a/(4+x^2), & |x| \leq 2, \\ 0, & |x| > 2. \end{cases}$$

3. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения  $F(x)$ . Найти: плотность распределения  $f(x)$ , математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, вероятность  $P(|X - M(X)| < \sigma)$ . Построить графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -\pi/3, \\ (1/3) \cdot (1 + 2 \sin(x/2)), & -\pi/3 \leq x \leq \pi, \\ 1, & x > \pi. \end{cases}$$

4. Завод выпускает шарики для подшипников. Фактический диаметр шариков  $\xi$  подчиняется нормальному закону распределения. Известно, что 15% шариков имеют диаметр меньше 12мм и 40% шариков имеют диаметр больший, чем 16,2 мм. Запишите формулу для плотности распределения случайной величины  $\xi$  и постройте ее график.

5. Задан закон распределения двумерной случайной величины  $(X, Y)$ . Найти коэффициент корреляции и  $P[(X, Y) \in D: \{x > -3, |y| \leq 1\}]$ .

X/Y	-5	-3	-2	2
-1	0,18	0,13	0,08	0,07
0	0,11	0,11	0,06	0,05
4	0,09	0,07	0,03	0,02

6. Двумерная случайная величина  $(X, Y)$  задана совместной плотностью распределения

$$f(x, y) = \begin{cases} axye^{-(x^2+y^2)}, & (x, y) \in D: \{x \geq 0, y \geq 0\}, \\ 0, & (x, y) \notin D. \end{cases}$$

Найти: значение параметра  $a$ , безусловные и условные плотности распределения составляющих. Зависимы ли  $X$  и  $Y$ ?

7. Случайная величина  $\xi$  имеет распределение:  $f(\xi) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\xi} \cdot e^{-\xi}$ ,  $\xi > 0$ . Найти плотность распределения случайной величины  $\eta = \sqrt{\xi}$ .

8. Случайные величины  $\xi$  и  $\eta$  независимы, причем  $\xi$  имеет равномерное распределение на отрезке  $[-3, 5]$ , а  $\eta$  — показательное распределение с параметром  $\lambda = 2$ . Найти:  $D(4\xi\eta - 2\xi + 1)$ ,  $M(4\xi - 3\eta^2 + 5)$ ,  $M(4\eta - 3\xi)$ .

Вариант №15

1. За некоторый промежуток времени амеба может погибнуть с вероятностью 0,25, выжить с вероятностью 0,25 и разделиться на две с вероятностью 0,5. В следующий промежуток времени с каждой амебой происходит то же самое. Построить ряд распределения для дискретной случайной величины  $X$  — числа амеб к концу второго промежутка времени, найти ее функцию распределения  $F(x)$ , числовые характеристики: математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение. Построить многоугольник распределения и график функции  $F(x)$ .

2. Задана плотность распределения случайной величины  $f(x)$ . Найти: значение параметра  $a$ , функцию распределения  $F(x)$ , математическое ожидание. Построить графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

$$f(x) = \begin{cases} a \cdot \cos^2 2x, & |x| \leq \pi/4, \\ 0, & |x| > \pi/4. \end{cases}$$

3. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения  $F(x)$ . Найти: плотность распределения  $f(x)$ , математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, вероятность  $P(|X - M(X)| < \sigma)$ . Построить графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -1, \\ 1 + (6/\pi) \cdot \arcsin(x/2), & -1 \leq x \leq 0, \\ 1, & x > 0. \end{cases}$$

4. Коробки с шоколадом упаковываются автоматически. Случайная величина  $\xi$  — масса коробки распределена по нормальному закону. Средняя масса коробок равна 1,06 кг. Известно, что 5% коробок имеют массу, меньшую 1 кг. Каков процент коробок, масса которых превышает 940 г? Запишите формулу для плотности распределения случайной величины  $\xi$  и постройте ее график.

5. Задан закон распределения двумерной случайной величины  $(X, Y)$ . Найти коэффициент корреляции и  $P[(X, Y) \in D: \{x^2 + y^2 \leq 8\}]$ .

X/Y	-1	0	3	4
-2	0,11	0,14	0,06	0,01
2	0,10	0,11	0,07	0,06
4	0,07	0,15	0,09	0,03

6. Двумерная случайная величина  $(X, Y)$  задана совместной плотностью распределения

$$f(x, y) = \begin{cases} axy, & (x, y) \in D: \{x \geq 0, y \geq 0, x + 2y - 2 \leq 0\}, \\ 0, & (x, y) \notin D. \end{cases}$$

Найти: значение параметра  $a$ , безусловные и условные плотности распределения составляющих. Зависимы ли  $X$  и  $Y$ ?

7. Случайная величина  $\xi$  распределена по нормальному закону с параметрами  $a = 0$  и  $\sigma = 1$ . Найти плотность распределения случайной величины  $\eta = e^\xi$ .

8. Случайные величины  $\xi$  и  $\eta$  независимы, причем  $\xi$  имеет нормальное распределение с  $a = 2$  и  $\sigma = 0,5$ , а  $\eta$  — показательное распределение с параметром  $\lambda = 3$ . Найти:  $M(3\xi\eta + 2\xi + 5)$ ,  $M(2\xi^2 - \eta^2 + 1)$ ,  $D(3\xi\eta - 2\eta + 9, 2)$ .



Вариант №16

1. Шесть раз бросается правильная монета. Построить ряд распределения для дискретной случайной величины  $X$  — модуля разности числа появлений герба и числа появлений решки в данном эксперименте, найти ее функцию распределения  $F(x)$ , числовые характеристики: математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение. Построить многоугольник распределения и график функции  $F(x)$ .

2. Задана плотность распределения случайной величины  $f(x)$ . Найти: значение параметра  $a$ , функцию распределения  $F(x)$ , математическое ожидание. Построить графики функций

$$f(x) \text{ и } F(x). \quad f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ 2a \cdot \arccos x, & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & x > 1. \end{cases}$$

3. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения  $F(x)$ . Найти: плотность распределения  $f(x)$ , математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, вероятность  $P(|X - M(X)| < \sigma)$ . Построить графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ 1 - (2/\pi) \cdot \arccos x, & 0 \leq x \leq 1, \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

4. Химический завод изготавливает серную кислоту. Плотность кислоты  $\xi$  — случайная величина, которая удовлетворяет нормальному закону распределения с параметром  $a = 1,84$ . В результате статистических испытаний было установлено, что 99,9% всех выпускаемых реактивов имеют плотность в интервале  $(1,82, 1,86)$ . Найти вероятность того, что кислота удовлетворяет стандарту, если для этого достаточно, чтобы ее плотность отклонялась от номинала не более, чем на  $0,01 \text{ г/см}^3$ . Запишите формулу для плотности распределения случайной величины  $\xi$  и постройте ее график.

5. Задан закон распределения двумерной случайной величины  $(X, Y)$ . Найти коэффициент корреляции и  $P[(X, Y) \in D: \{x^2 + y^2 \leq 8\}]$ .

X/Y	-3	0	2	4
-2	0,15	0,16	0,09	0,09
-1	0,08	0,15	0,10	0,05
2	0,04	0,05	0,03	0,01

6. Двумерная случайная величина  $(X, Y)$  задана совместной плотностью распределения

$$f(x, y) = \begin{cases} 2a \cdot \cos(2x + y), & (x, y) \in D: \{|x| \leq \pi/8, |y| \leq \pi/4\}, \\ 0, & (x, y) \notin D. \end{cases}$$

Найти: значение параметра  $a$ , частные плотности распределения  $f_1(x)$  и  $f_2(y)$ , математическое ожидание случайных величин  $X$  и  $Y$ .

7. Случайная величина  $\xi$  имеет стандартное распределение Коши:  $f(\xi) = [\pi(1 + \xi^2)]^{-1}$ . Найти плотность распределения случайной величины  $\eta = (1/\pi) \cdot \arctg \xi$ .

8. Случайные величины  $\xi$  и  $\eta$  независимы, причем  $\xi$  имеет нормальное распределение с  $a = -1$  и  $\sigma = 0,5$  а  $\eta$  — показательное распределение с параметром  $\lambda = 0,5$ . Найти:  $M(3\xi - 2\eta - 7)$ ,  $M(2\xi^2 - 4\xi\eta + 3)$ ,  $D(2\xi\eta - \eta + 8)$ .

Вариант №17

1. Из урны, содержащей 10 белых и 4 черных шара, извлекают шары по одному без возвращения до тех пор, пока не появится белый шар. Построить ряд распределения для дискретной случайной величины  $X$  — числа вынутых черных шаров, найти ее функцию распределения  $F(x)$ , числовые характеристики: математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение. Построить многоугольник распределения и график функции  $F(x)$ .
2. Задана плотность распределения случайной величины  $f(x)$ . Найти: значение параметра  $a$ , функцию распределения  $F(x)$ , математическое ожидание. Построить графики функций

$$f(x) \text{ и } F(x). \quad f(x) = \begin{cases} 0, & x < -1, \\ ax + a, & -1 \leq x \leq 0, \\ a(x-2)^2, & 0 < x \leq 2, \\ 0, & x > 2. \end{cases}$$

3. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения  $F(x)$ . Найти: плотность распределения  $f(x)$ , математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, вероятность  $P(|X - M(X)| < \sigma)$ . Построить графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

$$F(x) = \begin{cases} (1/4) \cdot e^{x-1} & x \leq 1, \\ 1 - (3/4) \cdot e^{-x+1}, & x > 1. \end{cases}$$

4. Деталь, изготовленная автоматом, считается годной, если нормально распределенное отклонение  $\xi$  контролируемого размера от номинала  $a = 100$  мм не превышает 10 мм. Точность изготовления деталей характеризуется стандартным отклонением  $\sigma$ . Какой должна быть точность изготовления деталей, чтобы процент годных деталей был равен 98%? Запишите формулу для плотности распределения случайной величины  $\xi$  и постройте ее график.

5. Задан закон распределения двумерной случайной величины  $(X, Y)$ . Найти коэффициент корреляции и  $P[(X, Y) \in D: \{|x| \leq 2, y < 3\}]$ .

X/Y	-3	-1	0	3
2	0,16	0,11	0,08	0,08
3	0,13	0,10	0,08	0,07
4	0,05	0,07	0,03	0,04

6. Двумерная случайная величина  $(X, Y)$  задана совместной плотностью распределения

$$f(x, y) = \begin{cases} a \cdot \cos(x/6) \cdot \cos(2y), & (x, y) \in D: \{0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \pi/4\}, \\ 0, & (x, y) \notin D. \end{cases}$$

Найти: значение параметра  $a$ , безусловные и условные законы распределения составляющих. Зависимы ли  $X$  и  $Y$ ?

7. Случайная величина  $\xi$  имеет равномерное распределение на отрезке  $[-\pi/2, \pi/2]$ . Найти плотность распределения случайной величины  $\eta = \operatorname{tg} \xi$ .
8. Случайные величины  $\xi$  и  $\eta$  независимы, причем  $\xi$  имеет равномерное распределение на отрезке  $[1, 4]$ , а  $\eta$  — показательное распределение с параметром  $\lambda = 2$ . Найти:  $D(3\xi\eta - \xi + 2)$ ,  $M(2\xi - 5\eta + 2)$ ,  $M(\xi^2 - 2\xi\eta + \eta^2)$ .

Вариант №18

1. Секретарша написала четырем адресатам четыре письма, в каждый конверт вложила по одному письму и затем наудачу написала на каждом конверте один из четырех адресов. Построить ряд распределения для дискретной случайной величины  $X$  — числа писем, попавших по назначению, найти ее функцию распределения  $F(x)$ , числовые характеристики: математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение. Построить многоугольник распределения и график функции  $F(x)$ .

2. Задана плотность распределения случайной величины  $f(x)$ . Найти: значение параметра  $a$ , функцию распределения  $F(x)$ , математическое ожидание. Построить графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ a \cdot x e^{-x^2}, & x \geq 0. \end{cases}$$

3. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения  $F(x)$ . Найти: плотность распределения  $f(x)$ , математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, вероятность  $P(|X - M(X)| < \sigma)$ . Построить графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -\pi/2, \\ \cos(x/3 - \pi/3) & -\pi/2 \leq x \leq \pi, \\ 1, & x > \pi. \end{cases}$$

4. Было установлено, что выход в граммах  $\xi$  красителя стандартного цвета со специальным оттенком распределен нормально со средним  $a = 1550$  и среднеквадратическим отклонением  $\sigma = 50$ . Найти вероятность того, что из трех проверок, хотя бы одна даст выход красителя выше 1575 грамм. Запишите формулу для плотности распределения случайной величины  $\xi$  и постройте ее график.

5. Задан закон распределения двумерной случайной величины  $(X, Y)$ . Найти коэффициент корреляции и  $P[(X, Y) \in D: \{x < 3, |y| \leq 2\}]$ .

X/Y	0	1	3	6
-2	0,04	0,15	0,10	0,04
2	0,16	0,11	0,10	0,05
3	0,06	0,13	0,03	0,03

6. Двумерная случайная величина  $(X, Y)$  задана совместной плотностью распределения

$$f(x, y) = \begin{cases} a \cdot (3x + y), & (x, y) \in D: \{x \geq 0, y \geq 0, 3x + y - 3 \leq 0\}, \\ 0, & (x, y) \notin D. \end{cases}$$

Найти значение параметра  $a$  и коэффициент корреляции  $r_{xy}$ .

7. Случайная величина  $\xi$  распределена равномерно на отрезке  $[0, 1]$ . Найти плотность распределения случайной величины  $\eta = \xi - 1/\xi$ .

8. Случайные величины  $\xi$  и  $\eta$  независимы, причем  $\xi$  имеет нормальное распределение с параметрами  $a = -1,5$  и  $\sigma = 0,25$ , а  $\eta$  — показательное распределение с параметром  $\lambda = 2$ . Найти:  $M(2\xi - \eta)$ ,  $D(\xi\eta - \xi + \eta + 1,2)$ ,  $M(2\xi^2 - 4\eta + 5)$ .

Вариант №19

1. Наблюдениями установлено, что в некоторой местности в сентябре в среднем бывает 12 дождливых дней. Построить ряд распределения для дискретной случайной величины  $X$  — числа дождливых дней в период с первого по пятое сентября, найти ее функцию распределения  $F(x)$ , числовые характеристики: математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение. Построить многоугольник распределения и график функции  $F(x)$ .

2. Задана плотность распределения случайной величины  $f(x)$ . Найти: значение параметра  $a$ , функцию распределения  $F(x)$ , математическое ожидание. Построить графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ a \cdot x^2 e^{-x}, & x \geq 0. \end{cases}$$

3. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения  $F(x)$ . Найти: плотность распределения  $f(x)$ , математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, вероятность  $P(|X - M(X)| < \sigma)$ . Построить графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -\pi, \\ \sin(x/3 + \pi/3), & -\pi \leq x \leq \pi/2, \\ 1, & x > \pi/2. \end{cases}$$

4. Завод выпускает круглый керамзит. Фактический диаметр керамзитовых шариков  $\xi$  подчиняется нормальному закону распределения. Известно, что 10% шариков имеют диаметр меньше 0,44 см и 33% шариков имеют диаметр больший, чем 3,88 см. Запишите формулу для плотности распределения случайной величины  $\xi$  и постройте ее график.

5. Задан закон распределения двумерной случайной величины  $(X, Y)$ . Найти коэффициент корреляции и  $P[(X, Y) \in D: \{|x| > 2, y \leq 3\}]$ .

X/Y	-2	0	2	5
-1	0,15	0,13	0,07	0,06
2	0,13	0,15	0,08	0,04
4	0,06	0,05	0,05	0,03

6. Двумерная случайная величина  $(X, Y)$  задана совместной плотностью распределения

$$f(x, y) = \frac{a}{(1+x^2)(4+y^2)}.$$

Найти: значение параметра  $a$ , совместную функцию распределения  $F(x, y)$ , частные плотности распределения вероятностей  $f_1(x)$  и  $f_2(y)$ , вероятность  $P(X \leq 1, Y \leq 2)$ .

7. Случайная величина  $\xi$  имеет показательное распределение с параметром  $\lambda = 1$ . Найти плотность распределения случайной величины  $\eta = \xi^2$ .

8. Случайные величины  $\xi$  и  $\eta$  независимы, причем  $\xi$  имеет нормальное распределение с  $a = -1,5$  и  $\sigma = 0,5$  а  $\eta$  — показательное распределение с параметром  $\lambda = 0,5$ . Найти:  $M(3\xi - 2\eta - 7)$ ,  $D(3\xi\eta + 1)$ ,  $M(\xi^2 + 3\eta + 7)$ .

Вариант №20

1. Из урны, содержащей 5 белых и 10 черных шаров, по схеме выбора с возвращением извлекают 5 шаров. Построить ряд распределения для дискретной случайной величины  $X$  — числа черных шаров среди вынутых пяти, найти ее функцию распределения  $F(x)$ , числовые характеристики: математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение. Построить многоугольник распределения и график функции  $F(x)$ .

2. Задана плотность распределения случайной величины  $f(x)$ . Найти: значение параметра  $a$ , функцию распределения  $F(x)$ , математическое ожидание. Построить графики функций

$$f(x) \text{ и } F(x). \quad \begin{cases} a \cdot (1 + |x|^3), & |x| \leq 1, \\ 0, & |x| > 1. \end{cases}$$

3. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения  $F(x)$ . Найти: плотность распределения  $f(x)$ , математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, вероятность  $P(|X - M(X)| < \sigma)$ . Построить графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

$$F(x) = \begin{cases} (2/3) \cdot (1 + (2/\pi) \cdot \operatorname{arctg} x), & x \leq 1, \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

4. Завод изготавливает шарики для подшипников, номинальный диаметр которых равен 15 мм, а фактический диаметр  $\xi$  случайно распределен по нормальному закону с параметром  $a = 15$  мм. При контроле бракуются все шарики, не проходящие через отверстие диаметром  $d_1 = 15,5$  мм, и все, проходящие через отверстие диаметром  $d_2 = 9,5$  мм. Чему должно быть равно среднеквадратическое отклонение такого распределения  $\sigma$ , чтобы брак составлял не более 2%? Запишите формулу для плотности распределения  $\xi$  и постройте ее график.

5. Задан закон распределения двумерной случайной величины  $(X, Y)$ . Найти коэффициент корреляции и  $P[(X, Y) \in D: \{x^2 + y^2 \leq 6\}]$ .

X/Y	-4	-2	0	3
-3	0,16	0,15	0,10	0,04
1	0,09	0,09	0,07	0,02
2	0,10	0,10	0,05	0,03

6. Двумерная случайная величина  $(X, Y)$  задана совместной плотностью распределения

$$f(x, y) = \begin{cases} a \cdot (4 - x^2 - y^2), & (x, y) \in D: \{x^2 + y^2 \leq 4\}, \\ 0, & (x, y) \notin D. \end{cases}$$

Найти: значение параметра  $a$ , математическое ожидание и дисперсию случайных величин  $X$  и  $Y$ .

7. Случайная величина  $\xi$  имеет показательное распределение с параметром  $\lambda = 1$ . Найти плотность распределения случайной величины  $\eta = e^{-\xi}$ .

8. Случайные величины  $\xi$  и  $\eta$  независимы, причем  $\xi$  имеет показательное распределение с параметром  $\lambda = 0,25$ , а  $\eta$  — равномерное распределение на отрезке  $[-1, 2]$ . Найти:  $D(3\xi - 2\eta - 7)$ ,  $M(3\xi - \eta + 5)$ ,  $M(\xi^2 - 2\eta^2)$ .

Вариант №21

1. На столе рубашкой вверх лежат 9 карт, среди которых 4 туза. Девушка переворачивает карты по одной, пока не найдет туза. Построить ряд распределения для дискретной случайной величины  $X$  — числа перевернутых карт, найти ее функцию распределения  $F(x)$ , числовые характеристики: математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение. Построить многоугольник распределения и график функции  $F(x)$ .

2. Задана плотность распределения случайной величины  $f(x)$ . Найти: значение параметра  $a$ , функцию распределения  $F(x)$ , математическое ожидание. Построить графики функций

$$f(x) \text{ и } F(x). \quad f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ a \cdot \sin^3 x, & 0 \leq x \leq \pi, \\ 0, & x > \pi. \end{cases}$$

3. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения  $F(x)$ . Найти: плотность распределения  $f(x)$ , математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, вероятность  $P(|X - M(X)| < \sigma)$ . Построить графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

$$F(x) = \begin{cases} (1/2) \cdot e^{-x-1}, & x \leq -1, \\ 1 - (1/2) \cdot e^{1-x}, & x > -1. \end{cases}$$

4. Длина выпускаемой детали  $\xi$  — случайная величина, которая имеет нормальное распределение. Известно, что 50% всех изделий имеют длину больше двух сантиметров и 97,5% всех изделий имеют длину меньше трех сантиметров. Записать формулу для плотности распределения случайной величины  $\xi$  и построить ее график. Какова вероятность, что случайно выбранное изделие будет иметь длину от одного до трех сантиметров.

5. Задан закон распределения двумерной случайной величины  $(X, Y)$ . Найти коэффициент корреляции и  $P[(X, Y) \in D: \{x^2 + y^2 \leq 8\}]$ .

X/Y	-4	0	2	4
-2	0,12	0,10	0,10	0,05
1	0,09	0,13	0,03	0,04
2	0,10	0,15	0,05	0,04

6. Двумерная случайная величина  $(X, Y)$  задана совместной плотностью распределения

$$f(x, y) = \begin{cases} a \cdot (xy)^2, & (x, y) \in D: \{0 < x < y < 1\}, \\ 0, & (x, y) \notin D. \end{cases}$$

Найти: значение параметра  $a$ , совместную функцию распределения  $F(x, y)$ , частные плотности распределения  $f_1(x)$  и  $f_2(y)$ , вероятность  $P(X < 1/2, Y < 1/2)$ .

7. Случайная величина  $\xi$  имеет показательное распределение с параметром  $\lambda = 2$ . Найти плотность распределения случайной величины  $\eta = \xi^2$ .

8. Случайные величины  $\xi$  и  $\eta$  независимы, причем  $\xi$  имеет показательное распределение с параметром  $\lambda = 1/8$ , а  $\eta$  — равномерное распределение на отрезке  $[-4, 2]$ . Найти:  $D(2\xi - \eta + 3)$ ,  $M(\xi - 5\eta + 1)$ ,  $M(\xi^2 + \eta^2)$ .

## Вариант №22

1. Из множества всех двоичных последовательностей с пятью разрядами выбирается одна. Построить ряд распределения для дискретной случайной величины  $X$  — числа нулей в выбранной двоичной последовательности, найти ее функцию распределения  $F(x)$ , числовые характеристики: математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение. Построить многоугольник распределения и график функции  $F(x)$ .

2. Задана плотность распределения случайной величины  $f(x)$ . Найти: значение параметра  $a$ , функцию распределения  $F(x)$ , математическое ожидание. Построить графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

$$f(x) = \begin{cases} a \cdot (1 - |x|/3), & |x| < 3, \\ 0, & |x| \geq 3. \end{cases}$$

3. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения  $F(x)$ . Найти: плотность распределения  $f(x)$ , математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, вероятность  $P(|X - M(X)| < \sigma)$ . Построить графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

$$F(x) = \begin{cases} (2/3) \cdot (1 + 2/\pi \cdot \arctg 2x), & x \leq 0,5, \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

4. Молоко в пакеты разливается автоматически. Случайная величина  $\xi$  — объем молока в пакете распределена по нормальному закону. Средний объем молока в пакете равен одному литру. Известно, что 5% пакетов содержат молока менее одного литра. Каков процент пакетов, объем молока в которых превышает 1,05 литра? Запишите формулу для плотности распределения случайной величины  $\xi$  и постройте ее график.

5. Задан закон распределения двумерной случайной величины  $(X, Y)$ . Найти коэффициент корреляции и  $P(X, Y) \in D : \{y \geq -2x\}$ .

X/Y	-4	-3	-2	-1
0	0,20	0,12	0,10	0,04
1	0,05	0,12	0,06	0,01
2	0,10	0,10	0,06	0,04

6. Двумерная случайная величина  $(X, Y)$  задана совместной плотностью распределения

$$f(x, y) = \begin{cases} a \cdot (16 - x^2 - y^2), & (x, y) \in D : \{x^2 + y^2 \leq 16\}, \\ 0, & (x, y) \notin D. \end{cases}$$

Найти: значение параметра  $a$ , математическое ожидание и дисперсию случайных величин  $X$  и  $Y$ .

7. Случайная величина  $\xi$  распределена равномерно на отрезке  $[0, 1]$ . Найти плотность распределения случайной величины  $\eta = e^{\xi-1}$ .

8. Случайные величины  $\xi$  и  $\eta$  независимы, причем  $\xi$  имеет нормальное распределение с  $a = -10$  и  $\sigma = 1$ , а  $\eta$  — показательное распределение с  $\lambda = 1/3$ . Найти  $M(3\xi - 5\eta + 2,5)$ ,  $D(\xi - 2\eta + 0,7)$ ,  $M(2\xi^2 + \eta)$ .

Вариант №23

1. В партии из 10 деталей имеется 8 годных, остальные — бракованные. Наугад отобрали 4 детали. Построить ряд распределения для дискретной случайной величины  $X$  — числа годных деталей среди отобранных, найти ее функцию распределения  $F(x)$ , числовые характеристики: математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение. Построить многоугольник распределения и график функции  $F(x)$ .

2. Задана плотность распределения случайной величины  $f(x)$ . Найти: значение параметра  $a$ , функцию распределения  $F(x)$ , математическое ожидание. Построить графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ a \cdot x e^{-x^2}, & x \geq 0. \end{cases}$$

3. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения  $F(x)$ . Найти: плотность распределения  $f(x)$ , математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, вероятность  $P(|X - M(X)| < \sigma)$ . Построить графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

$$F(x) = \begin{cases} (1/3) \cdot e^{x+1}, & x \leq -1, \\ 1 - (2/3) \cdot e^{-x+1}, & x > -1. \end{cases}$$

4. Завод изготавливает шарики для подшипников, номинальный диаметр которых равен 10 мм, а фактический диаметр  $\xi$  случайно распределен по нормальному закону с параметрами  $a = 10$  мм и  $\sigma = 0,4$  мм. При контроле бракуются все шарики, не проходящие через отверстие диаметром  $d_1 = 10,7$  мм, и все, проходящие через отверстие диаметром  $d_2 = 9,3$  мм. Найти процент годных шариков. Запишите формулу для плотности распределения  $\xi$  и постройте ее график.

5. Задан закон распределения двумерной случайной величины  $(X, Y)$ . Найти коэффициент корреляции и  $P[(X, Y) \in D: \{|x| \leq 2, |y| \leq 1\}]$ .

X/Y	-4	-2	1	2
-2	0,06	0,05	0,05	0,04
0	0,15	0,08	0,11	0,09
1	0,10	0,10	0,06	0,11

6. Двумерная случайная величина  $(X, Y)$  распределена равномерно внутри квадрата  $\{(x, y) \in |x| + |y| \leq 1\}$ . Установить, зависимы или нет случайные величины  $X$  и  $Y$ , найти частные плотности распределения  $f_1(x)$  и  $f_2(y)$ , вероятность  $P(X > Y)$ .

7. Случайная величина  $\xi$  имеет показательное распределение с параметром  $\lambda = 0,5$ . Найти плотность распределения случайной величины  $\eta = \xi^2$ .

8. Случайные величины  $\xi$  и  $\eta$  независимы, причем  $\xi$  распределена равномерно на отрезке  $[-1, 11]$ , а  $\eta$  имеет нормальное распределение с параметрами  $a = 2$  и  $\sigma = 0,5$ . Найти:  $M(\eta - 3\eta^2 + 3\xi)$ ,  $D(3\eta - 4\xi + 1)$ ,  $M(\xi^2 + \eta^2)$ .



Вариант №24

1. Игральная кость брошена три раза. Построить ряд распределения для дискретной случайной величины  $X$  — числа появлений шестерки, найти ее функцию распределения  $F(x)$  и числовые характеристики: математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение. Построить многоугольник распределения и график функции распределения.

2. Задана плотность распределения случайной величины  $f(x)$ . Найти: значение параметра  $a$ , функцию распределения  $F(x)$ , математическое ожидание. Построить графики функций

$$f(x) \text{ и } F(x). \quad f(x) = \begin{cases} a \cdot \cos^2 2x, & |x| \leq \pi/4, \\ 0, & |x| > \pi/4. \end{cases}$$

3. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения  $F(x)$ . Найти: плотность распределения  $f(x)$ , математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, вероятность  $P(|X - M(X)| < \sigma)$ . Построить графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0. \\ 0,5 \cdot (1 - \cos(x/2)), & 0 \leq x \leq 2\pi, \\ 1, & x > 2\pi. \end{cases}$$

4. Валики, изготавливаемые автоматом считаются стандартными, если отклонение валика от проектного размера не превышает 2мм. Случайные отклонения диаметра валика  $\xi$  подчиняются нормальному закону распределения с математическим ожиданием  $a = 0$  и среднеквадратическим отклонением  $\sigma = 1,6$  мм. Записать формулу для плотности распределения случайной величины  $\xi$  и построить ее график. Сколько процентов стандартных валиков изготавливает автомат?

5. Задан закон распределения двумерной случайной величины  $(X, Y)$ . Найти коэффициент корреляции и  $P[(X, Y) \in D: \{x > -3, |y| \leq 2\}]$ .

X/Y	-2	2	3	6
-3	0,18	0,17	0,10	0,08
-2	0,10	0,12	0,07	0,02
0	0,04	0,03	0,04	0,04

6. Двумерная случайная величина  $(X, Y)$  задана совместной плотностью распределения

$$f(x, y) = \frac{a}{(1+x^2)(1+y^2)}.$$

Найти: значение параметра  $a$ , совместную функцию распределения  $F(x, y)$ , частные плотности распределения вероятностей  $f_1(x)$  и  $f_2(y)$ , вероятность  $P(X \leq 1, Y \leq 2)$ .

7. Случайная величина  $\xi$  имеет показательное распределение с параметром  $\lambda = 3$ . Найти плотность распределения случайной величины  $\eta = e^{-3\xi}$ .

8. Случайные величины  $\xi$  и  $\eta$  независимы, причем  $\xi$  имеет нормальное распределение с параметром  $a = -1,5$  и  $\sigma = 0,5$ , а  $\eta$  — равномерное распределение на отрезке  $[2, 14]$ . Найти:  $M(2\xi^2 - 3\eta + 5)$ ,  $D(3\eta - \xi + 1, 2)$ ,  $D(3\xi\eta - \xi + 12)$ .

Вариант №25

1. Из пяти различных пар туфель, лежащих в чулане, случайным образом выбирают четыре туфли. Построить ряд распределения для дискретной случайной величины  $X$  — числа пар среди выбранных четырех туфель, найти ее функцию распределения  $F(x)$ , числовые характеристики: математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение. Построить многоугольник распределения и график функции  $F(x)$ .

2. Задана плотность распределения случайной величины  $f(x)$ . Найти: значение параметра  $a$ , функцию распределения  $F(x)$ , математическое ожидание. Построить графики функций

$$f(x) \text{ и } F(x). \quad f(x) = \begin{cases} \frac{a}{\sqrt{1-x^2}}, & |x| < 1, \\ 0, & |x| \geq 1. \end{cases}$$

3. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения  $F(x)$ . Найти: плотность распределения  $f(x)$ , математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, вероятность  $P(|X - M(X)| < \sigma)$ . Построить графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -\pi/4, \\ 0,5 \cdot (1 + \sin 2x), & |x| \leq \pi/4, \\ 1, & x > \pi/4. \end{cases}$$

4. Коробки с шоколадными конфетами упаковываются автоматически. Случайная величина  $\xi$  — масса коробки распределена по нормальному закону. Средняя масса коробок равна 200 грамм. Известно, что 5% коробок имеют массу, меньшую 195 грамм. Каков процент коробок, масса которых превышает 210 грамм? Запишите формулу для плотности распределения случайной величины  $\xi$  и постройте ее график.

5. Задан закон распределения двумерной случайной величины  $(X, Y)$ . Найти коэффициент корреляции и  $P[(X, Y) \in D: \{-\infty < x < +\infty, |y| \leq 2\}]$ .

X/Y	-2	1	3	6
-2	0,02	0,09	0,10	0,09
0	0,05	0,07	0,15	0,11
3	0,05	0,06	0,11	0,10

6. Двумерная случайная величина  $(X, Y)$  задана совместной плотностью распределения

$$f(x, y) = \begin{cases} a \cdot (x + y), & (x, y) \in D: \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}, \\ 0, & (x, y) \notin D. \end{cases}$$

Найти: значение параметра  $a$ , частные плотности распределения  $f_1(x)$  и  $f_2(y)$ , математические ожидания случайных величин  $X$  и  $Y$ .

7. Случайная величина  $\xi$  распределена равномерно на отрезке  $[0, 1]$ . Найти плотность распределения случайной величины  $\eta = -\ln(1 - \xi)$ .

8. Случайные величины  $\xi$  и  $\eta$  независимы, причем  $\xi$  имеет нормальное распределение с параметрами  $a = -0,5$  и  $\sigma = 0,1$ , а  $\eta$  — показательное распределение с параметром  $\lambda = 0,4$ . Найти:  $M(3\xi - \eta + 1,5)$ ,  $M(2\xi^2 - \xi\eta + \xi)$ ,  $D(2\xi + 3\eta)$ .