Функции нескольких переменных

Типовые задания для студентов физических специальностей

Департамент «Информационных технологий и автоматики»
Института радиоэлектроники и информационных технологий-РТФ

Составитель Чердынцева Г.А.

Вариант №1

1. Найти полный дифференциал функции двух переменных $z(x,y)=\ln\left(\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\right)$.

2. Линеаризовать функцию $u(x,y,z)=\frac{1}{\pi}\cos\frac{\pi x^2}{y+2z}$ в окрестности точки $M_0(1,0\ 1)$.

3. Написать уравнение касательной в точке $M_0(0,\ \ 1)$ к функции, заданной неявно уравнением $y\cdot\ln(y+x^2)+\mathrm{arctg}2x=0$

4. Исследовать на локальный экстремум функцию $z=x^3+3xy^2-15x-12y\ , x<0, y<0$.

5. Написать уравнение касательной плоскости к поверхности $z=4x-xy+y^2$, параллельной плоскости $4x+2y-2z+9=0$.

Вариант №2

1. Найти полный дифференциал функции двух переменных $z(x,y) = \mathrm{arctg}\sqrt{x^2+y^2-1}$

2. Линеаризовать функцию $u(x,y,z) = \frac{5}{\pi}\left(\mathrm{tg}\left(\frac{\pi(2x+1)}{y^2+z^2}\right) - 1\right)$ в окрестности точки $M_0(2,\ 2,4)$.

3. Написать уравнение касательной в точке $M_0(2,\ \ 1)$ к функции, заданной неявно уравнением $e^{2y-x} + \sqrt[3]{y-x} = 0.$

4. Исследовать на локальный экстремум функцию $z = x^2 + xy + y^2 - 3\ln x - 3\ln y$.

5. Написать уравнение нормали к поверхности $z = xy$, параллельной прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+1}{1}$

Вариант №3

1. Найти полный дифференциал функции двух переменных $z(x,y) = \arcsin\sqrt{1-\frac{y^2}{x^2}}$, $x > y > 0$.

2. Линеаризовать функцию $u(x,y,z) = \ln\left(z + \frac{y}{2x}\right)$ в окрестности точки $M_0(1,\ 2, 0)$.

3. Написать уравнение касательной в точке $M_0(0,\ \ 1)$ к функции, заданной неявно уравнением $y \cdot \ln(y + x^2) + \mathrm{arctg} 2x = 0$.

4. Исследовать на локальный экстремум функцию $z = x^2 + xy + y^2 - 6\ln x$.

5. Для поверхности $x^2 - y^2 - 6z = 0$ найти уравнение касательной плоскости, перпендикулярной прямой $\begin{cases} x + 4y + 3z - 3 = 0, \\ 5x - 4y - z + 1 = 0. \end{cases}$

Вариант №4

1. Найти полный дифференциал функции двух переменных $z(x, y) = (1 + x^2)^{-y}$.

2. Линеаризовать функцию $u(x, y, z) = z \cdot \ln\left(x + \sqrt{1 + x^2}\right) + \frac{y^3}{z}$ в окрестности точки $M_0(0,\ 1, 1)$.

3. Написать уравнение касательной в точке $M_0(0,\ \ 1)$ к функции, заданной неявно уравнением $y \cdot \ln(x + y^2) + 2\mathrm{arcctg} y = \dfrac{\pi}{2}$.

4. Исследовать на локальный экстремум функцию $z = xy + \frac{9}{x} + \frac{3}{y}$.

5. Написать уравнение нормали к поверхности $z = \arcsin\frac{x}{y}$ в точке $M_0\left(\sqrt{2},\ \ 2,\ \ \pi/4\right)$.

Вариант №5

1. Найти полный дифференциал функции двух переменных $z(x, y) = \arcsin\sqrt{1 - x^4y^4}$.

2. Линеаризовать функцию $u(x, y, z) = \ln\left(x + \frac{z^2}{2y}\right)$ в окрестности точки $M_0(0,\ 2, 2)$.

3. Составить уравнение касательной к функции, заданной неявно уравнением $x^2 \cdot \ln(1 + 2y - x) + 4\sqrt{x^3 - 4y} = 8$, в точке $M_0(2,\ 1)$.

4. Исследовать на локальный экстремум функцию $z = 3x^2y + y^3 - 18x - 30y$, $x > 0, y > 0$.

5. Написать уравнение касательной плоскости к поверхности $x^2 - xy + 2y^2 + z^2 = 3$, $z > 0$, параллельной плоскости $x + 3y + 2z = 0$.

Вариант №6

1. Найти полный дифференциал функции двух переменных $z(x, y) = (1 + y^2)^{-2x}$.

2. Линеаризовать функцию $u(x, y, z) = \frac{1}{\pi}\ln\left(\operatorname{tg}\frac{\pi x^2}{y+2z}\right)$ в окрестности точки $M_0(1, 0\ 2)$.

3. Составить уравнение касательной к функции, заданной неявно уравнением $x \cdot \ln\left(y + \sqrt{1 + y^2}\right) + \sqrt{x^2 + y^2} = 1$, в точке $M_0(-1,\ \ 0)$.

4. Исследовать на локальный экстремум функцию $z = x^3 + 3xy^2 - 51x - 24y$, $x < 0, y < 0$.

5. Написать уравнение нормали к поверхности $z = xy + y^2$, параллельной прямой $\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{-2}$

Вариант №7

1. Найти полный дифференциал функции двух переменных $z(x, y) = \arccos\sqrt{1 - x^4 y^4}$.

2. Линеаризовать функцию $u(x, y, z) = \frac{1}{\pi}\ln\left(\operatorname{tg}\frac{x^2+\pi y}{2z}\right)$ в окрестности точки $M_0(0,\ 1,\ 2)$.

3. Составить уравнение касательной к функции, заданной неявно уравнением $\ln(x^2 + xy) + \sqrt{x^2 + y^2} = 1$, в точке $M_0(1,\ \ 0)$.

4. Исследовать на локальный экстремум функцию $z = x^2 + xy + y^2 + x - \ln y$.

5. Для поверхности $x^2 - 2y^2 - 6z = 0$ найти уравнение касательной плоскости, перпендикулярной прямой $\begin{cases} 3x + 5y - 4z + 8 = 0, \\ 2x - 4y + z - 2 = 0. \end{cases}$

Вариант №8

1. Найти полный дифференциал функции двух переменных $z(x,y) = \operatorname{arctg}\sqrt{\frac{x^2}{y^2} - 1},\ \ x > \ \ y > 0.$

2. Линеаризовать функцию $u(x,y,z) = x^y + \frac{z^2}{xy}$ в окрестности точки $M_0(1,\ 1,1)$.

3. Составить уравнение касательной к функции, заданной неявно уравнением $\operatorname{arctg}\frac{x}{y} + \sqrt{x^2+y^2} = 1$, в точке $M_0(0,\ -1)$.

4. Исследовать на локальный экстремум функцию $z = xy + \frac{8}{x} - \frac{1}{y}$.

5. Написать уравнение касательной плоскости к поверхности $x^2 - xy - y^2 + z^2 = 2,\ z > 0$, параллельной плоскости $3x + y - 2z = 0.$

Вариант №9

1. Найти полный дифференциал функции двух переменных $z(x,y)=\ln\sqrt{x^2+y^2}+2\operatorname{arcctg}\frac{x}{y}$.

2. Линеаризовать функцию $u(x,y,z)=\frac{\pi}{4}-\arcsin\frac{y}{\sqrt{x^2+z^2}}$ в окрестности точки $M_0(-1,\ 1,-1)$.

3. Составить уравнение касательной к функции, заданной неявно уравнением
$\operatorname{arctg}\frac{x}{y}+x^2-y^2=\frac{\pi}{4}$, в точке $M_0(1,\ 1)$.

4. Исследовать на локальный экстремум функцию $z=4xy+\frac{x^3}{3}-3x^2-y^2-3x$.

5. Для поверхности $2x^2-y^2+z=0{,}5$ найти уравнение касательной плоскости, перпендикулярной прямой $\begin{cases}x+2y+2z+1=0,\\3x-y-8z-5=0.\end{cases}$

Вариант №10

1. Найти полный дифференциал функции двух переменных $z(x, y) = \arcsin\sqrt{1 - \frac{y^4}{x^4}}$.

2. Линеаризовать функцию $u(x, y, z) = z^y \cdot (\ln(x - 1) + 1)$ в окрестности точки $M_0(2,\ 2, 1)$.

3. Составить уравнение касательной к функции, заданной неявно уравнением $\ln\left(x + \sqrt{x^2 + y^2}\right) + \operatorname{arctg}\frac{x}{y} = 0$ в точке $M_0(0,\ -1)$.

4. Исследовать на локальный экстремум функцию $z = y\sqrt{x} - 2y^2 - x + 14y$.

5. Написать уравнение нормали к поверхности $3z = xy + y^2$, параллельной прямой $\begin{cases} x + 4y + 3z - 3 = 0, \\ 5x - 4y - z + 1 = 0. \end{cases}$

Вариант №11

1. Найти полный дифференциал функции двух переменных $z(x, y) = \arccos\sqrt{1 - \frac{y^4}{x^4}}$.

2. Линеаризовать функцию $u(x, y, z) = \ln\left(x + \sqrt{y^2 + x^2}\right) + \frac{y}{5z}$ в окрестности точки $M_0(-4,\ 3,\ 1)$.

3. Составить уравнение касательной к функции, заданной неявно уравнением $\sqrt{1 + xy} - 2\sin^2\left(\frac{x}{y} + \frac{\pi}{4}\right) = 0$ в точке $M_0(0,\ 1)$.

4. Исследовать на локальный экстремум функцию $z = x^3 + 3xy^2 - 15x - 12y + 1,\ x > 0, y > 0$.

5. Написать уравнение касательной плоскости к поверхности $xy + e^{xz} = 0$ в точке $M_0\left(5,\ -\frac{1}{5},\ 0\right)$.

Вариант №12

1. Найти полный дифференциал функции двух переменных $z(x,y) = \ln\left(\frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}\right)$, $x > 0, y > 0$.

2. Линеаризовать функцию $u(x,y,z) = (1+x^2)^y + \sqrt{x^2+y^2+z^2}$ в окрестности точки $M_0(0,-3,\ 4)$.

3. Составить уравнение касательной к функции, заданной неявно уравнением $\arcsin\frac{\sqrt{x}}{y} + x^2 - y^2 = \frac{\pi}{4}$. в точке $M_0(2,\ 2)$.

4. Исследовать на локальный экстремум функцию $z = x^3 + xy^2 + x^2 + y^2$.

5. Написать уравнение нормали к поверхности $xy + e^{xz} = 0$ в точке $M_0\left(5,\ -\frac{1}{5},\ 0\right)$.

Вариант №13

1. Найти полный дифференциал функции двух переменных $z(x, y) = y^{\sin x}$.

2. Линеаризовать функцию $u(x, y, z) = \operatorname{arctg}\frac{x+y}{z+xy}$ в окрестности точки $M_0(1,\ 0,\ 1)$.

3. Составить уравнение касательной к функции, заданной неявно уравнением $2\sqrt{3} \cdot \arcsin\frac{\sqrt{x}}{y} + \sqrt{y - x} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} + 1$ в точке $M_0(1,\ 2)$.

4. Исследовать на локальный экстремум функцию $z = x^3 + y^2 - 6xy - 39x + 18y + 100$.

5. Написать уравнение касательной плоскости к поверхности $-x^2 + 2y^2 + 2z^2 = 3,\ z > 0$, параллельной плоскости $x - 2y - 2z = 0$.

Вариант №14

1. Найти полный дифференциал функции двух переменных $z(x, y) = \ln\left(\operatorname{ctg}\frac{y}{x}\right)$.

2. Линеаризовать функцию $u(x, y, z) = z^y + \frac{\ln(y-x)}{z}$ в окрестности точки $M_0(1,\ 2,\ 1)$.

3. Составить уравнение касательной к функции, заданной неявно уравнением $8\sqrt{3}\left(\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{x}{y}} - \frac{\pi}{3}\right) + x - 3y = 0$ в точке $M_0(3,\ 1)$.

4. Исследовать на локальный экстремум функцию $z = 3x^2y - x^3 - y^4,\ x > 0,\ y > 0$.

5. Написать уравнение нормали к поверхности $z = \operatorname{arctg}\frac{x}{y}$, параллельной прямой $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-5}{-1}$.

Вариант №15

1. Найти полный дифференциал функции двух переменных $z(x, y) = 3\ln\sqrt[3]{x^2 + y^2} + \operatorname{arctg}\frac{y}{x}$.

2. Линеаризовать функцию $u(x, y, z) = z^{2y} + \frac{x+y}{z^3}$ в окрестности точки $M_0(0, -1, 1)$.

3. Составить уравнение касательной к функции, заданной неявно уравнением $2\cos^2\left(\frac{y}{x} + \frac{\pi}{4}\right) - x^3 = 0$ в точке $M_0(1,\ 0)$.

4. Исследовать на локальный экстремум функцию $z = (x + y)^2 - 4\ln x - 4\ln y$.

5. Написать уравнение касательной плоскости к поверхности $x^2 - xy + y^2 + z^2 = 5,\ z \geq 0$, параллельной плоскости $x + y + z - 1 = 0$.

Вариант №16

1. Найти полный дифференциал функции двух переменных $z(x,y) = \operatorname{arctg}\sqrt{\frac{y^4}{x^4} - 1}$.

2. Линеаризовать функцию $u(x,y,z) = \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{xy - z^2}{x+z}\right)$ в окрестности точки $M_0(1,1,1)$.

3. Составить уравнение касательной к функции, заданной неявно уравнением $2^{\sin\frac{\pi x}{2}} - \ln\left(\frac{3-y}{x+y}\right) = 2$, в точке $M_0(1,\ \ 1)$.

4. Исследовать на локальный экстремум функцию $z = x^2 + xy + y^2 - 5y - 4\ln x$.

5. Написать уравнение нормали к поверхности $z = x^2 + xy + y^2$, параллельной прямой $\frac{x}{-2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$.

Вариант №17

1. Найти полный дифференциал функции двух переменных $z(x, y) = \ln\left(\operatorname{tg}\frac{y^2}{2x}\right)$.

2. Линеаризовать функцию $u(x, y, z) = \frac{\operatorname{ch}^2(x-2y)}{x+2z}$ в окрестности точки $M_0(2, 1, -2)$

3. Составить уравнение касательной к функции, заданной неявно уравнением
$2^{\cos\frac{\pi y}{4}} - \arcsin\frac{4x-y}{x^2} = \frac{1}{2}$, в точке $M_0(1,\ \ 4)$.

4. Исследовать на локальный экстремум функцию $z = -2x^3 + 3x\sqrt{y} + 18x - 1{,}5y$.

5. Написать уравнение нормали к поверхности $z = x^2 - xy + 2y^2 - 4x$, параллельной прямой
$\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-1}$.

Вариант №18

1. Найти полный дифференциал функции двух переменных $z(x,y) = x^{-\cos y}$.

2. Линеаризовать функцию $u(x,y,z) = \frac{\pi}{6} - \arcsin\frac{\sqrt{y}}{x^2+z^2}$ в окрестности точки $M_0(1,\ 1, -1)$.

3. Написать уравнение касательной в точке $M_0(2,\ 1)$ к функции, заданной неявно уравнением $\ln(x - y^2) + \frac{x^3}{y} = 8$.

4. Исследовать на локальный экстремум функцию $z = 8x^3 - 12xy + y^3 + 8,\ x > 0,\ y > 0$.

5. Для поверхности $x^2 - y^2 - 6z = 0$ написать уравнение нормали, параллельной прямой $\begin{cases} x + 4y + 3z - 3 = 0, \\ 5x - 4y - z + 1 = 0. \end{cases}$

Вариант №19

1. Найти полный дифференциал функции двух переменных $z(x, y) = \ln\left(\frac{2y}{\sqrt{x^2+y^2}}\right)$.

2. Линеаризовать функцию $u(x, y, z) = \frac{1}{\pi}\sin\frac{\pi x^3}{2y+4z^2}$ в окрестности точки $M_0(2, 2, 1)$.

3. Написать уравнение касательной в точке $M_0(2, \;\; 2)$ к функции, заданной неявно уравнением $\arcsin\frac{\sqrt{x}}{y} + \arccos\frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{\pi}{2}$.

4. Исследовать на локальный экстремум функцию $z = 6x^2y + 2y^3 - 24x - 30y$, $x > 0, y > 0$.

5. Написать уравнение касательной плоскости к поверхности $2x^2 + y^2 + z^2 = 10$, $z \geq 0$, параллельной плоскости $x + y - 2z = 0$.

Вариант №20

1. Найти полный дифференциал функции двух переменных $z(x,y) = \ln\left(\operatorname{ctg}\frac{y^2}{2x^2}\right)$.

2. Линеаризовать функцию $u(x,y,z) = \arccos\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} - \operatorname{arctg} z$ в окрестности точки $M_0(1,1,1)$.

3. Составить уравнение касательной к функции, заданной неявно уравнением $\operatorname{tg}^2\left(\frac{y}{x}+\frac{\pi}{4}\right) - x^3 = 0$ в точке $M_0(1,\ 0)$.

4. Исследовать на локальный экстремум функцию $z = e^{-y}\cdot(x^2+y^2+2y)$.

5. Написать уравнение нормали к поверхности $x^2 - xy + y^2 + z^2 = 5,\ z \geq 0$, параллельной прямой $\begin{cases} 5x - 2y - 3z - 3 = 0, \\ x + y - 2z + 1 = 0. \end{cases}$

Вариант №21

1. Найти полный дифференциал функции двух переменных $z(x,y) = x^{\operatorname{th} 2y}$.

2. Линеаризовать функцию $u(x,y,z) = \frac{1}{\pi}\sin\frac{\pi x^3}{2y+4z^2}$ в окрестности точки $M_0(2,2,1)$.

3. Написать уравнение касательной в точке $M_0(1,\ \ 2)$ к функции, заданной неявно уравнением $\arcsin\frac{y-x}{\sqrt{y}} - \operatorname{arctg}\frac{2x}{y} = 0$.

4. Исследовать на локальный экстремум функцию $z = (x+2y)^2 - \ln x - x - 4y$.

6. Написать уравнение касательной плоскости к поверхности $z = \operatorname{arctg}\frac{x}{y}$, перпендикулярной прямой $\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{-1}$.

Вариант №22

1. Найти полный дифференциал функции двух переменных $z(x,y) = \operatorname{arctg}\sqrt{\frac{x}{y} - 1}, \;\; x > y > 0.$

2. Линеаризовать функцию $u(x,y,z) = \ln\left(y + \sqrt{y^2 + z^2}\right) + \frac{x^2}{y+z}$ в окрестности точки $M_0(1,\; 0,\; 1)$.

3. Составить уравнение касательной к функции, заданной неявно уравнением $\sqrt[3]{x^3 + y^3} - 2\cos^2\left(\frac{x}{2y} + \frac{\pi}{4}\right) = 0$ в точке $M_0(0,\; 1)$.

4. Исследовать на локальный экстремум функцию $z = 4xy + \frac{y^3}{3} - 2x^2 - y^2 - 8y$.

5. Для поверхности $x^2 + y^2 - z = 1$ найти уравнение касательной плоскости, перпендикулярной прямой $\begin{cases} 3x + 5y - 4z + 8 = 0, \\ 2x - 4y + z - 2 = 0. \end{cases}$

Вариант №23

1. Найти полный дифференциал функции двух переменных $z(x,y) = (\mathrm{tg}x)^{2y}$.

2. Линеаризовать функцию $u(x,y,z) = x^2 \cdot \ln\left(z + \sqrt{1+z^2}\right) + \frac{y^2}{x^2}$ в окрестности точки $M_0(1,-\ 1,0)$.

3. Написать уравнение касательной в точке $M_0(3,\ \ 1)$ к функции, заданной неявно уравнением $\arcsin\frac{1}{x-y} + \arccos\frac{\sqrt{x}}{2} = \frac{\pi}{3}$.

4. Исследовать на локальный экстремум функцию $z = e^{-2x^2} \cdot (x - y^2)$.

5. Написать уравнение нормали к поверхности $z = \arcsin\frac{\sqrt{x}}{y}$ в точке $M_0(2,-2,\ \ -\pi/4)$.

Вариант №24

1. Найти полный дифференциал функции двух переменных $z(x,y) = \mathrm{arctg}\sqrt{\mathrm{sh}^2 x + \mathrm{ch}^2 y - 1}$

2. Линеаризовать функцию $u(x,y,z) = \sqrt{\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{xy - z^2}{x + 2y}\right)}$ в окрестности точки $M_0(1,\ 1, -1)$.

3. Написать уравнение касательной в точке $M_0(1,\ -1)$ к функции, заданной неявно уравнением $e^{y^2 - x} - \sqrt{2x^2 + y^3} = 0.$

4. Исследовать на локальный экстремум функцию $z = e^{-\frac{y}{4}}(5y^2 - x^2)$.

5. Написать уравнение касательной плоскости к поверхности $2x^2 + y^2 + z^2 = 22,\ z \geq 0$, перпендикулярной прямой $\begin{cases} 2x + z - 5 = 0, \\ -x + 5y + 2z + 11 = 0. \end{cases}$

Вариант №25

1. Найти полный дифференциал функции двух переменных $z(x,y) = \ln\left(\operatorname{th}\frac{y}{2x}\right)$.

2. Линеаризовать функцию $u(x,y,z) = x^z + \frac{\ln(2y-x)}{z}$ в окрестности точки $M_0(1,\ 1,\ 2)$.

3. Написать уравнение касательной в точке $M_0(1,\ \ 2)$ к функции, заданной неявно уравнением $\arcsin\frac{y-x}{y} - \operatorname{arctg}\frac{x}{\sqrt{x+y}} = 0$.

4. Исследовать на локальный экстремум функцию $z = 3x^3 - 9xy + 4{,}5y^2 - 18x + 28$.

5. Написать уравнение нормали к поверхности $z = \operatorname{arctg}\frac{x}{y}$, параллельной прямой
$$\begin{cases} x + y + 2z - 1 = 0, \\ 5x - 4y + z + 5 = 0. \end{cases}$$

Вариант №26

1. Найти полный дифференциал функции двух переменных $z(x,y)=\ln\left(\operatorname{cth}\frac{2y}{\sqrt{x}}\right)$.

2. Линеаризовать функцию $u(x,y,z)=\operatorname{tg}\frac{(x+z)}{y+z^2}$ окрестности точки $M_0(2,0,-2)$.

3. Составить уравнение касательной к функции, заданной неявно уравнением $\pi\cdot 2^{\sin\frac{\pi x}{4}}-\arccos\frac{2x-3y}{y}=0$, в точке $M_0(6,\ \ 4)$.

4. Исследовать на локальный экстремум функцию $z=3x^3+7xy-3{,}5y^2-60x-125{,}5$.

5. Написать уравнение нормали к поверхности $z=x^2-xy+2y^2-14x-20$, параллельной прямой $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{-1}$.

6.

	Вариант №1	Вариант №2
1	$-e^{-2x}(2x^2+3)$	$\frac{2}{x}+\left(4-\frac{1}{x^2}\right)\text{arctg}2x$
2	$\frac{1+sin^2x}{cos^3x}$	$\frac{1}{(sinx+cosx)^2}$
3	$\frac{-2^{\text{tg}\frac{1}{x}}\cdot\ln2}{x^2\cdot\cos^2(1/x)}$	$\frac{-2\pi\ln\left(\text{ctg}\frac{\pi x}{2}\right)}{\sin\pi x}$
4	$(1+x^2)^{\arcsin x}\left(\frac{\ln(1+x^2)}{\sqrt{1-x^2}}+\frac{2x\cdot\arcsin x}{1+x^2}\right)$	$(\arcsin x)^{\sqrt{1-x^2}}\left(\frac{-x\ln(\arcsin x)}{\sqrt{1-x^2}}+\frac{1}{\arcsin x}\right)$
5	$y=\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}(x-1)$	$y=2+0{,}5x$
6	$y=1+0{,}5x$	$y=1+(x-2)/7$
7	6π	$\sqrt{2}$
8	$\frac{y(ydx-xdy)}{x\cdot(x^2+y^2)}$	$\frac{xdx+ydy}{\sqrt{x^2+y^2-1}\cdot(x^2+y^2)}$
9	$1+(x-2)+2(z-1)$	$0{,}5(x-2)-0{,}25(y-2)-0{,}5(z-4)$
10	$2(x-3)+(y-2)-(z-10)=0$	$\frac{x-2}{2}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z+4}{1}$

	Вариант №3	Вариант №4
1	$(-2+15x^2)\text{arctg}(x+2)+\frac{(1-2x+5x^3)}{1+(x+2)^2}$	$(3x^2-2)\sin(1-x)-(x^3-2x+7)\cos(1-x)$
2	$\frac{6e^{2x-1}(\sin x-\cos x)}{(\sin x)^3}$	$\frac{(2-\sin2x\cdot\cos2x)}{(\cos2x)^2\cdot e^{x-1}}$
3	$2\arcsin(\ln x)\cdot\frac{1}{x\cdot\sqrt{1-ln^2x}}$	$(\sin2)^{\ln^2x}\cdot\ln(\sin2)\cdot2\ln x\cdot\frac{1}{x}$
4	$e^x+(\sin x)^x\cdot(\ln(\sin x)+x\cdot\text{tg}x))$	$e^x\cdot(1+2x)^{e^x}\cdot\left(\ln(1+2x)+\frac{2}{1+2x}\right)$
5	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{\pi}{2}$
6	$y=-2(x-1)$	$y=1-x$
7	0	∞
8	$\left(2x+\frac{3}{2}\sqrt{x}\cdot\sqrt{y}\right)dx+\left(\frac{3\sqrt{x}}{2\sqrt{y}}-\cos y\right)dy$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^3y}}\left(\frac{3}{2}\sqrt{x}\cdot\sqrt{y}dx+\frac{\sqrt{x^3}}{2\sqrt{y}}dy\right)$
9	$x-(y-1)+(z-2)$	$0{,}5+12x+0{,}25(y+1)+0{,}25(z-2)$
10	$\frac{x-1}{3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-1}{-1}$	$\frac{\pi}{2}(x-1)+0{,}5(y-\pi/3)-\sqrt{3}\left(z-\sqrt{3}/2\right)=0$ $\frac{x-1}{\pi/6}=\frac{y-\pi/3}{0{,}5}=\frac{z-\sqrt{3}/2}{-\sqrt{3}}$

	Вариант №5	Вариант №6
1	$(6x-2)\sin(2x-1)-2(3x^2-2x+1)\cos(2x-1)$	$(3x^2-4x)\arcsin(x-1)+\dfrac{x^3-2x^2}{\sqrt{1-(x-1)^2}}$
2	$\dfrac{3e^{3x}}{\ln(x+1)}-\dfrac{e^{3x}-1}{(x+1)\cdot\ln^2(x+1)}$	$\dfrac{3x^5e^{x^3}}{(1+x^3)^2}$
3	$2\arcsin(\ln x)\cdot\dfrac{1}{x\cdot\sqrt{1-\ln^2 x}}$	$\dfrac{-1}{2x(x+1)}$
4	$\dfrac{\sqrt[x]{x}(1-\ln x)}{x^2}$	$(\ln x)^{3^x}\left((3^x\cdot\ln 3\cdot\ln(\ln x)+\dfrac{3^x}{x\cdot\ln x}\right)$
5	-1	$y-\dfrac{1}{4}=-\dfrac{1}{\sqrt{3}}\left(x-\dfrac{3\sqrt{3}}{4}\right)$
6	$\dfrac{-3}{1+e}$	$y-1=x$
7	∞	0
8	$\dfrac{-2\arccos(3x+y)\cdot(3dx+dy)}{\sqrt{1-(3x+y)^2}}$	$\dfrac{1}{3}(2x+y^2)^{-2/3}\cdot(2dx+2ydy)$
9	$\dfrac{3}{8}+\dfrac{3\sqrt{3}}{4}\cdot\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)-\dfrac{3\sqrt{3}}{8}\cdot\left(y-\dfrac{\pi}{3}\right)+\dfrac{1}{6}\cdot(z-2)$	$\dfrac{3}{4}-\sqrt{3}\cdot\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)+\sqrt{3}\cdot\left(y-\dfrac{\pi}{6}\right)+(z-\pi)$
10	$\dfrac{x-1/2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1/2}{-1}$	$(x\pm 1)+4(y\pm 2)+6(z\pm 2)=0$

	Вариант №7	Вариант №8
1	$(6x+x)\arccos(1-x)+\dfrac{x2^3+x}{\sqrt{1-(1-x)^2}}$	$\dfrac{-3}{\sin^2 x}(1-2x+3x^3)+\mathrm{ctg}3x(-2+9x)$
2	$\dfrac{1}{2\sqrt{x}(1+x)e^x}-\dfrac{\mathrm{arctg}\sqrt{x}}{e^x}$	$\dfrac{2^{x+1}\ln 2}{\sin^2 x}-\dfrac{2^{x+1}\cdot 2\cos x}{\sin^3 x}$
3	$\dfrac{-1}{2\sqrt{x}\cdot\cos^2(\mathrm{ctg}\sqrt{x})\cdot\sin^2\sqrt{x}}$	$\dfrac{-e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}\cdot\sqrt{1-e^{2\sqrt{x}}}}$
4	$(x^2+1)^{\sin x}\left(\cos x\cdot\ln(x^2+1)+\dfrac{2x\cdot\sin x}{x^2+1}\right)$	$e^x+x^x\cdot(\ln x+1)$
5	$y=\dfrac{\sqrt{3}}{2}+3\left(x-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$	$y=x$
6	$y=\dfrac{1}{2}=\sqrt{3}x$	$y=2(x-1)$
7	0,5	2
8	$\dfrac{1}{x+\sqrt{x^2+y^2}}\left(\left(1+\dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\right)dx+\dfrac{ydy}{\sqrt{x^2+y^2}}\right)$	$\dfrac{1}{3x^2y^5+y^4}(2dx+2ydy)$
9	$\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{1}{2}(x-1)-\dfrac{1}{2}(y-1)+(z-1)$	$\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{1}{2}(y-1)+\dfrac{1}{2}(z-1)$
10		$\dfrac{x\mp 1}{2}=\dfrac{y\pm 2}{-4}=\dfrac{z\mp 1}{-2}$

	Вариант №9	Вариант №10
1	$(-1-3x^2)\sin(3x+1)-3(2-x-x^3)\cos(3x+1)$	
2	$\frac{1}{2\sqrt{x}\cos^2 x}+\frac{2\sqrt{x}\sin x}{\cos^3 x}$	
3	$\frac{1}{x\cdot\left(1+\ln^2\left(\frac{1}{x}\right)\right)}$	
4	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}+x^{\cos x}\left(-\sin x\cdot\ln x+\frac{\cos x}{x}\right)$	
5	$y=-\frac{2}{3}x$	
6	$y=0$	
7	$3e$	
8	$\frac{-2\arccos(3x+y)\cdot(3dx+dy)}{\sqrt{1-(3x+y)^2}}$	
9	$1+\cdot(x-1)+(z-3)$	
10		

	Вариант №11	Вариант №12
1	$(-1-3x^2)\sin(3x+1)-3(2-x-x^3)\cos(3x+1)$	$\frac{-3}{\sin^2 x}(1-2x+3x^3)+\mathrm{ctg}3x(-2+9x)$
2	$\frac{1}{2\sqrt{x}\cos^2 x}+\frac{2\sqrt{x}\sin x}{\cos^3 x}$	$\frac{2^{x+1}\ln 2}{\sin^2 x}-\frac{2^{x+1}\cdot 2\cos x}{\sin^3 x}$
3	$\frac{1}{x\cdot\left(1+\ln^2\left(\frac{1}{x}\right)\right)}$	$\frac{-e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}\cdot\sqrt{1-e^{2\sqrt{x}}}}$
4	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}+x^{\cos x}\left(-\sin x\cdot\ln x+\frac{\cos x}{x}\right)$	$e^x+x^x\cdot(\ln x+1)$
5	$y=-\frac{2}{3}x$	$y=x$
6	$y=0$	$y=2(x-1)$
7	$3e$	2
8	$\frac{-2\arccos(3x+y)\cdot(3dx+dy)}{\sqrt{1-(3x+y)^2}}$	$\frac{1}{3x^2y^5+y^4}(2dx+2ydy)$
9	$1+\cdot(x-1)+(z-3)$	$\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}(y-1)+\frac{1}{2}(z-1)$
10		$\frac{x\mp 1}{2}=\frac{y\pm 2}{-4}=\frac{z\mp 1}{-2}$

	Вариант №5	Вариант №6
1	$\mathrm{arctg}x$	$-0{,}5x^2e^{-x/2}$
2	$\dfrac{-\sin x}{\cos^2 x\sqrt{\cos 2x}}$	$\dfrac{1}{(\cos x-\sin x)^2}$
3	$\dfrac{2}{\mathrm{Ch}x\cdot\mathrm{arctg}(\mathrm{Sh}x)}$	$\dfrac{3^{\cos\frac{1}{x}}\cdot\ln 3\cdot\sin\frac{1}{x}}{x^2}$
4	$\left(\mathrm{tg}\dfrac{x}{2}\right)^{\sin x}\cdot\left(\cos x\cdot\ln\left(\mathrm{tg}\dfrac{x}{2}\right)+1\right)$	$(\mathrm{arctg}x)^{1+x^2}\left(2x\ln(\mathrm{arctg}x)+\dfrac{1}{\mathrm{arctg}x}\right)$
5	$y=5+\dfrac{8\sqrt{3}}{5}\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)$	$y=1-\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)$
6	$y=1-2(x-2)$	$y=2(x+1)$
7	$0{,}5$	-2
8	$\dfrac{-2xy(2dx+xdy)}{\sqrt{1-x^4y^4}}$	$-2(1+y^2)^{-2x}\cdot\left(\ln(1+y^2)\,dx+\dfrac{2xy\cdot dy}{1+y}\right)$
9	$x-0{,}5(y-2)+(z-2)$	$(x-1)-0{,}25y-0{,}5(z-1)$
10	$(x-1)+3(y-1)+2(z-1)=0$	$\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-0{,}5}{2}=\dfrac{z-0{,}25}{-2}$
	Вариант №7	Вариант №8
1	$2+2x\cdot\mathrm{arctg}\dfrac{x}{2}$	$2x\,\mathrm{arcctg}x$
2	$\dfrac{2x^3e^{x^{2+1}}}{(x^2+1)^2}$	$\dfrac{\cos x(1-ln^2 3)}{3^x}$
3	$\dfrac{2\cdot 2^{-1/x^2}\ln 2}{(2^{-1/x^2}+1)\cdot x^3}$	$\dfrac{e^{\arcsin x}}{\sqrt{(1+2e^{\arcsin x})\cdot(1-x^2)}}$
4	$\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)^{\sqrt{1+x^2}}\left(1+\dfrac{x\cdot\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)}{\sqrt{1+x^2}}\right)$	$(\mathrm{tg}x)^{\sin^2 x}(2\cos x\cdot\ln(\mathrm{tg}x)+1)$
5	$y=\dfrac{1}{2\pi}-\dfrac{x}{8}$	$y=1+\dfrac{16}{\pi}\left(x-\dfrac{1}{2}\right)$
6	$y=-8/3\,(x-1)$	$y=-1-x$
7	$1{,}5$	-4
8	$\dfrac{2xy(2dx+xdy)}{\sqrt{1-x^4y^4}}$	$\dfrac{ydx-xdy}{\sqrt{y^2-x^2}\cdot x}$
9	$0{,}25(y-1)-0{,}125(z-2)$	$2-(y-1)+3(z-1)$
10	$(x+6)+(y-12)+2(z+18)=0$	$(x+1)+2(y-1)-2(z-1)=0$

	Вариант №9	Вариант №10
1	$2x \cdot \ln(1+x^2)$	$2x\ \mathrm{arcctg}x$
2	$\dfrac{1+\sin^3 x}{\cos^2 x(1+\sin x)^2}$	$\dfrac{\cos x(1-ln^2 3)}{3^x}$
3	$-\dfrac{2^{\arccos^2(1/\sqrt{x})} \cdot \ln 2 \cdot 2\arccos\left(1/\sqrt{x}\right) \cdot \sqrt{x}}{\sqrt{x-1}}$	$\dfrac{e^{\arcsin x}}{\sqrt{(1+2e^{\arcsin x}) \cdot (1-x^2)}}$
4	$-(\cos x)^{\mathrm{ctg}x} \cdot \left(1+\frac{\ln(\cos x)}{sin^2 x}\right)$	$(\mathrm{tg}x)^{\sin^2 x}(2\cos x \cdot \ln(\mathrm{tg}x)+1)$
5	$y = 2+\dfrac{x}{6}$	$y = 1+\dfrac{16}{\pi}\left(x-\dfrac{1}{2}\right)$
6	$y = 1+(x-1)$	$y = -1-x$
7	$-0{,}5$	-4
8	$e^{x/(x^2+y^2)} \cdot \dfrac{(y^2-x^2)dx-2xydy}{(x^2+y^2)^2}$	$\dfrac{ydx-xdy}{\sqrt{y^2-x^2} \cdot x}$
9	$0{,}25(x-1)-0{,}25(y-1)$	$2-(y-1)+3(z-1)$
10	$(x+6)+(y-12)+2(z+18)=0$	$(x+1)+2(y-1)-2(z-1)=0$

	Вариант №3	Вариант №4
1	$\dfrac{-x \cdot \arccos x}{\sqrt{1-x^2}}$	$\arccos x$
2	$\dfrac{\cos x(1-ln^2 2)}{2^x}$	$\dfrac{x^2}{(x\sin x+\cos x)^2}$
3	$\dfrac{1}{2\sqrt{x} \cdot (x+1) \cdot \mathrm{arcctg}\left(1/\sqrt{x}\right)}$	$\dfrac{e^{-1/\sqrt{x}}}{2x\sqrt{x}\left(e^{-1/\sqrt{x}}-1\right)}$
4	$(1+\cos^2 x)^{-\sin 2x} \cdot \left(-\sin 2x \cdot \ln(1+cos^2 x)+\dfrac{sin^2 2x}{1+\cos^2 x}\right)$	$(\mathrm{th}x)^{\mathrm{arctg}x} \cdot \left(\dfrac{\ln(\mathrm{tg}x)}{1+x^2}+\dfrac{2\mathrm{arctg}x}{\mathrm{Sh}2x}\right)$
5	$y = \dfrac{x}{2}$	$y = \dfrac{4}{3}(x-2)$
6	$y = 1-2x$	$y = -0{,}5(x-1)$
7	-2	-1
8	$\dfrac{ydx-xdy}{\sqrt{y^2-x^2} \cdot y}$	$-(1+x^2)^{-y} \cdot \left(\dfrac{2xydx}{1+x^2}+\ln(1+x^2)\,dy\right)$
9	$-(x-1)+0{,}5(y-2)+z$	$1+x+3(y-1)-(z-1)$
10	$x-1+2(y+2)-3(z-0{,}5)=0$	$\dfrac{x-\sqrt{2}}{-\frac{1}{2}} = \dfrac{y-2}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \dfrac{z-\pi/4}{-1}$

	Вариант №3	Вариант №4
1	$(-2+15x^2)\mathrm{arctg}(x+2)+\frac{(1-2x+5x^3)}{1+(x+2)^2}$	$(3x^2-2)\sin(1-x)-(x^3-2x+7)\cos(1-x)$
2	$\dfrac{6e^{2x-1}(\sin x-\cos x)}{(\sin x)^3}$	$\dfrac{(2-\sin 2x \cdot \cos 2x)}{(\cos 2x)^2 \cdot e^{x-1}}$

3	$2\arcsin(\ln x)\cdot\frac{1}{x\cdot\sqrt{1-ln^2x}}$	$(\sin 2)^{\ln^2x}\cdot\ln(\sin 2)\cdot 2\ln x\cdot\frac{1}{x}$
4	$e^x+(\sin x)^x\cdot(\ln(\sin x)+x\cdot\mathrm{tg}x))$	$e^x\cdot(1+2x)^{e^x}\cdot\left(\ln(1+2x)+\frac{2}{1+2x}\right)$
5	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{\pi}{2}$
6	$y=-2(x-1)$	$y=1-x$
7	0	∞
8	$\left(2x+\frac{3}{2}\sqrt{x}\cdot\sqrt{y}\right)dx+\left(\frac{3\sqrt{x}}{2\sqrt{y}}-\cos y\right)dy$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^3y}}\left(\frac{3}{2}\sqrt{x}\cdot\sqrt{y}dx+\frac{\sqrt{x^3}}{2\sqrt{y}}\right)$
9	$x-(y-1)+(z-2)$	$0{,}5+12x+0{,}25(y+1)+0{,}25(z-2)$
10	$\frac{x-1}{3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-1}{-1}$	$\frac{\pi}{2}(x-1)+0{,}5(y-\pi/3)-\sqrt{3}\left(z-\sqrt{3}/2\right)=0$ $\frac{x-1}{\pi/6}=\frac{y-\pi/3}{0{,}5}=\frac{z-\sqrt{3}/2}{-\sqrt{3}}$